Zuñiga P. Sosa
19.11.39

Vicente do Rego Thomaz
Lessa

Agua Preta, Pernambuco -

Engenho Barra do Douro -

4 de setembro de 1882 -

Data da minha entrada na escola primaria, já sabendo ler e escrever graças ás lições de minha saudosa mãe Herminia Eduarda do Rego Lessa -

4 de setembro de 1882 a
4 de setembro de 1932 - 50 annos!

No meu curso primario frequentei a escola publica da villa de Agua Preta regida pelo distincto professor João Ferreira Villela de Araujo. Estudei arithmetica neste exemplar e no Compendio de Castro Nunes.

Arithmetica Pratica

para uso das

Escolas Primarias de ambos os sexos

Obra dividida em seis partes

Pelo dr. Felippe Nery Collaço

8.ª edição

Recife

Pernambuco

Impressa na Typ. do "Correio do Recife".

1872

ARITHMETICA PRATICA

PARTE PRIMEIRA

NOÇÕES PRELIMINARES

Do numero

P. Que se entende por Arithmetica?
R. Arithmetica é a sciencia que trata dos numeros.
P. De quantas partes se compõe a Arithmetica?
R. A Arithmetica consta de duas partes, uma theorica e outra pratica.
P. De que trata a primeira destas partes?
R. Trata da natureza e propriedades dos numeros, assim como das leis que os regem.
P. De que trata a segunda parte?
R. Trata dos meios mais faceis tanto para representar e formar os numeros, como para os compôr e decompôr, que é o que se chama calcular.
P. Que se entende por numero?
R. Numero é a relação existente entre uma grandeza dada e sua unidade; tambem se diz vulgarmente que é a reunião de duas ou mais unidades.
P. Que se entende por grandeza ou quantidade?
R. Grandeza ou quantidade é tudo o que tem a propriedade de poder augmentar e dimi-

nuir, ou tudo o que pode ser contado, medido ou pezado ; bem como uma boiada, uma casa, uma pedra.

P. Que se entende por unidade ?

R. Unidade é a grandeza ou quantidade conhecida que se toma para medida de outra que ainda o não é, e que se quer conhecer.

P. Quantas especies ha de unidade ?

R. Ha duas especies de unidade—a unidade natural e a unidade convencional ou legal.

P. Que se entende por unidade natural ?

R. Unidade natural é aquella que se tira da propria grandeza ou quantidade que se quer medir, como por exemplo um boi relativamente a uma boiada—um soldado relativamente a um batalhão.

P. Que se entende por unidade convencional ou legal ?

R. Unidade convencional ou legal é aquella que é estabelecida por lei ou convenção dos homens, como por exemplo a libra, a [illegible] relativamente ao pezo — a vara, a braça [illegible] [illegible]mente ao comprimento..

P. Como se chamão as partes em que a unidade pode estar dividida ?

R. As partes em que a unidade pode estar dividida chamão-se fracções.

P. Quantas especies ha de fracção ?

R. Ha duas especies de fracção—fracção decimal, e fracção ordinaria.

P. Que se entende por fracção decimal?

R. Fracção decimal é aquella que se compõe de partes de dez em dez vezes menores que a unidade, ou [illegible] aquella em que a unidade está dividida em 10, 100, 1000 partes.

P. Que se entende por fracção ordinaria?
R. Fracção ordinaria é aquella que se compõe de partes que não são de dez em dez vezes menores que a unidade, ou aquella em que a unidade está dividida em duas, tres, nove, quinze partes, etc. etc.
P. Quantas especies ha de quantidade?
R. Duas—quantidade continua, e quantidade discreta ou descontinua.
P. Que se entende por quantidade continua.
R. Quantidade continua é aquella, cujas partes estão unidas e ligadas umas ás outras de sorte que se não podem destinguir, ou antes aquella que se apresenta como um todo sem destincção de partes, como um tijolo, uma taboa.
P. Que se entende por quantidade discreta, ou descontinua?
R. Quantidade discreta, ou descontinua é aquella que se apresenta como uma collecção de muitas cousas da mesma especie ou da mesma natureza, ou ainda aquella cujas partes estão separadas das outras de sorte que se podem destinguir, como um batalhão, uma boiada.
P. Um chapéo é quantidade continua, ou discreta?
R. É continua porque se apresenta como um todo sem destincção de partes, ou ainda porque suas partes não se podem destinguir.
P. Uma cavallaria é quantidade continua ou discreta?
R. É discreta; porque suas partes estão separadas, e se podem destinguir.
P. O que é que se considera na quantidade continua?
R. Na quantidade continua considera-se o ra

a sua grandeza em comprimento, superficie, volume ou capacidade; ora o seu pezo, ora o seu valor; ora a sua duração etc.

P. O que é que se considera na quantidade discreta?

R. Na quantidade discreta considera-se principalmente a multidão de suas partes, qualquer que seja a natureza dellas.

P. De quantos modos pode ser o numero considerado?

R. O numero pode ser considerado em si mesmo, ou em suas unidades.

P. O numero considerado em si mesmo de quantos modos pode ser?

R. O numero considerado em si mesmo pode ser inteiro ou fraccionario.

P. Que se entende por numero inteiro?

R. Numero inteiro é aquelle que se compõe somente de unidades inteiras; como nove, vinte.

P. Que se entende por numero fraccionario?

R. Numero fraccionario é aquelle que se compõe de unidades e de partes de unidade; como nove e meio, oito e um terço.

P. De quantos modos podemos considerar os numeros relativamentes ás suas unidades?

R. De dois; ou como abstractos, ou como concretos.

P. Que se entende por numero abstracto?

R. Numero abstracto é aquelle que não se applica a especie alguma determinada de unidades, bem como dois, cinco, nove.

P. Que se entende por numero concreto?

R. Numero concreto é aquelle que se applica a alguma especie determinada de unidades; bem como dois livros, cinco homens, nove horas.

P. Quinze é numero abstracto, ou concreto?
R. E' abstracto; porque não se applica a especie alguma determinada de unidade.
P. Onze patacas é numero abstracto, ou concreto?
R. E' concreto; porque se applica a uma especie determinada de unidade—a pataca.
P. Quantas especies ha de numero concreto?
R. Ha duas especies de numero concreto—o complexo e o incomplexo.
P. Quando é que o numero concreto é complexo?
R. Quando consta de partes que se referem a unidades da mesma natureza, mas de grandeza differente; como dous annos, sete mezes e treze dias.
P. Quando é que o numero concreto é incomplexo?
R. Quando se refere a uma só especie determinada de unidade, como oito annos.
P. Duas arrobas e nove libras é numero complexo ou incomplexo?
R. E' numero complexo porque consta de duas partes, uma das quaes se refere á arroba, outra á libra.
P. Setenta libras e meia é numero complexo ou incomplexo?
R. E' numero incomplexo porque se refere a uma só especie determinada de unidade—a libra.

Da numeração

P. Que se entende por numeração?
R. Numeração é a operação pela qual aprendemos a formar os numeros e a exprimi-los quer

por meio de nomes, quer por meio de caracteres.

P. Qual é a maneira mais natural de formar os numeros ?

R. A maneira mais natural de formar os numeros é ajuntar uma unidade com outra, depois outra com a reunião das duas primeiras, depois outra com a reunião das precedentes e assim por diante.

P. Qual é o limite de grandeza a que se póde elevar o numero ?

R. A grandeza a que se póde elevar os numero não tem nenhm limite, porquanto por maior que seja um numero, ajuntando-se-lhe uma unidade, ficará sempre maior, e o mesmo acontecerá á este ultimo, se lhe ajuntarmos tambem outra unidade, e assim por diante. e se

P. Quantas especies ha de numeração ?

R. Duas : — numeração fallada e numeração escripta.

P. Que se entende por numeração fallada ?

R. Numeração fallada é aquella que ensina a exprimir os numeros por meio de nomes.

P. Que se entende por numeração escripta ?

R. Numeração escripta é aquella que ensina a exprimir os numeros por meio de caracteres.

Da numeração fallada

P. Torne a dizer de que modo se formão os numeros ?

R. Os numeros se formão ajuntando uma udade com outra, depois outra com a reunião das precedentes, e assim por diante.

P. Se ajuntarmos por exemplo um livro com outro livro, teremos por ventura um numero?

R. Sim; porque teremos uma reunião de cousas da mesma natureza, ou de unidades.

P. E como se chama este numero?

R. Chama-se *dois*.

P. Se aos dois livros, ajuntarmos outro livro, ficará sempre o mesmo numero?

R. Não, porém um numero maior.

P. E como se chama este novo numero?

R. Chama-se *tres*.

P. Como se chama o numero que vem logo depois de tres ?.

R. Chama-se *quatro*.

P. E os que vem depois de quatro como se chamão?

R. O que vem logo depois de quatro, chama-se *cinco*; o que vem depois de cinco, chama-se *seis*; o que vem depois de seis, *sete*; o que vem depois de sete, *oito*; o que vem depois de oito, *nove*; e o que vem depois de nove, *dez*.

P. E só se conta até dez.

R. Não; mas considera-se dez como se fora uma unidade, e assim se diz duas vezes dez, tres vezes dez, quatro vezes dez, etc: bem como se diz duas vezes um, tres vezes um, quatro vezes um, etc.

P. De que modo se destingue esta unidade da outra?

R. Para destinguir esta unidade da outra dizemos que é uma unidade de segunda ordem.

P. Como se chama esta unidade de segunda ordem?

R. Chama-se *dezena*.

P. E as collecções de dezenas que nomes tem?

R. A collecção de duas dezenas chama-se *vinte*; a de trez, *trinta*; a de quatro, *quarenta*; a de cinco, *cincoenta*; a de seis, *sessenta*; a de sete, *setenta*; a de oito, *oitenta*; a de nove, *noventa*; a de dez, *cem*.

P. E só se conta até cem?

R. Não; mas considera-se cem como se fôra uma unidade, e diz-se duas vezes cem, tres vezes cem, quatro vezes cem, etc: bem como se diz duas vezes um, tres vezes um, etc.

P. Como se destingue das outras esta nova unidade?

R. Para destinguir esta unidade das outras, dizemos que é *uma unidade de terceira ordem*.

P. Como se chama esta unidade de terceira ordem?

R. Chama-se *centena*.

P. E as collecções de centenas que nomes tem?

R. A collecção de duas centenas chama-se *duzentos*; a de tres, *trezentos*; a de quatro, *quatrocentos*; a de cinco, *quinhentos*; a de seis, *seiscentos*; a de sete, *setecentos*; a de oito, *oitocentos*; a de nove, *novecentos*; a de dez, *mil*.

P. Como se chama a unidade de quarta ordem?

R. Chama-se *milhar*.

P. E as collecções de milhares que nomes tem?.

R. A collecção de dous milhares chama-se *dous mil*; a de tres, *tres, mil*; a de quatro, *quatro mil*; a d cinco, *cinco mil*; e assim por diante até á collecção de *mil milhares*.

P. Como se chama a collecção de mil milhares?

R. Chama-se *milhão*.

P. Como se conta por milhões?

R. Dizendo-se *dous milhões, tres milhões, quatro milhões, vinte milhões, cem milhões, duzentos mil milhões*, e assim por diante até *um milhão de milhões*,

P. Como se chama a collecção de um milhão de milhões?

R. Chama-se *bilhão*. (1)

P. E sempre se usa destas denominações?

R. Nas contas pecuniarias, quando se trata de réis, diz-se *conto* em vez de milhão, e *conto de conto* em vez de bilhão, deste modo diz-se *um conto de réis*, e não um milhão de réis; mas não se diz um conto de almas, e sim um milhão de almas: tambem não se diz um conto de cruzados, e sim um milhão de cruzados.

(1) Os Francezes não contão assim.

Depois de milhões não dizem milhar de milhão, mas logo bilhões; nem dizem milhar de bilhão mas logo trilhão, empregando somente os milhares relativamente ás unidades.

Assim dizendo nós: unidades, milhares, milhões, milhares de milhão, bilhões, milhares de bilhão, trilhões, milhares de trilhão &&, elles dizem: unidades, milhares, milhões, bilhões, trilhões, quatrilhões, &.

P. Que se entende por nomenclatura?
R. Nomenclatura é a reunião dos nomes com que se exprimem os numeros.
P. Quantas são as raizes da nomenclatura?
R. As raizes da nomenclatura são os doze nomes, de um a dez, cem e mil, e mais as terminações *enta* e *lhão*.
P. Para que serve a terminação *enta*?
R. Para formar com ella os nomes das collecções de dezenas, como cincoenta, setenta.
P. E para que serve a terminação *lhão*?
R. Para formar com ella os nomes das collecções milhão, bilhão, trilhão, quatrilhão, etc.

Da numeração secripta

P. Quantos são os caracteres com que se representão os numeros?
R. São *dez*:

1 .... um
2 .... dous
3 .... tres
4 .... quatro
5 .... cinco
6 .... seis
7 .... sete
8 .... oito
9 .... nove
0 .... cifra (ou zero).

P. Como se chamão em geral estes caracteres?
R. Chamão-se algarismos.
P. Qual é o principio fundamental da numeração escripta?
R. O principio fundamental da numeração es-

cripta é que os algarismos vão representando unidades de dez em dez vezes maiores á medida que se affastão da direita para a esquerda.

P. Quantos valores tem um algarismo?

R. Dous—um absoluto e outro relativo.

P. Qual é o valor absoluto de um algarismo?

R. E' aquelle que o algarismo representa por si mesmo independente do lugar em que se acha: assim o algarismo 2, em qualquer lugar que esteja, exprime sempre a reunião de duas cousas da mesma especie, ou da mesma natureza.

P. Qual é o valor relativo de um algarismo?

R. E' aquelle que o algarismo exprime segundo o lugar que occupa: assim principiando da direita para a esquerda, o algarismo que se acha na primeira casa exprime *unidades*; o que se acha na segunda exprime *dezenas*; o que se acha na terceira exprime *centenas*; o que se acha na quarta, *milhares*; na quinta, *dezenas de milhar*; na sexta, *centenas de milhar*; na septima, *milhões*, ou *contos*; na oitava, *dezenas de milhão*; na nona, *centenas de milhão*; na decima, *milhares de milhão*; na decima-primeira, *dezenas de milhar de milhão*; na decima-segunda, *centenas de milhar de milhão*; na decima terceira, *bilhão*; na decima quarta, *dezenas de bilhão* etc.

P. Qual é o algarismo que exprime centenas em o numero 73, 486, 025, 319?

R. E' o algarismo 3 que se acha na terceira casa á esquerda.

P. Qual é o que exprime milhões?

R. E' o algarismo 6 que se acha na septima casa.

P. Qual é o que exprime dezenas de milhar?

R. E' o algarismo 2 que se acha na quinta casa.

P. Qual é a casa dos milhares?

R. A quarta.

P. Qual é a casa dos milhares de milhão ?

R. A decima.

P. Qual é a casa das centenas ?

R. A terceira.

P. Como se escreve dez, ou uma dezena ?

R. Assim:--10

P. Como se escrevem as differentes collecções de dezenas ?

R. Assim :—

20 .... vinte.
30 .... trinta.
40 .... quarenta.
50 .... cincoenta.
60 .... sessenta.
70 .... setenta.
80 .... oitenta.
90 .... noventa.

P. Como se escreve cem ou uma centena ?

R. Assim:—100

P. Como se escrevem as differentes collecções de centenas ?

R. Assim :—

200 .... duzentos
300 .... trezentos.
400 .... quatrocentos.
500 .... quinhentos.
600 .... seiscentos.
700 .... setecentos.
800 .... oitocentos.
900 .... novecentos.

P. Como se escreve um milhar ou mil ?

R. Assim:—1000.

P. Como se escrevem as differentes collecções de milhares?

Assim:—

2000 .... dous mil.
3000 .... tres mil.
4000 .... quatro mil.
5000 .... cinco mil.
6000 .... seis mil.
7000 .... sete mil.
8000 .... oito mil.
9000 .... nove mil.

P. Como se escreve dez mil ou uma dezena de milhar?

R. Assim:—10000.

P. Como se escrevem as differentes collecções de dezenas de milhar?

R. Assim:—

20000 .... vinte mil.
30000 .... trinta mil.
40000 .... quarenta mil.
50000 .... cincoenta mil.
60000 .... sessenta mil.
70000 .... setenta mil.
80000 .... oitenta mil.
90000 .... noventa mil.

P. Como se escreve cem mil, ou uma centena de milhar?

R. Assim:—100000.

P. Como se escrevem as differentes collecções de centenas de milhar?

R. Assim:—

200000 .... duzentos mil
300000 .... trezentos mil.
400000 .... quatrocentos mil.

500000 .... quinhentos mil.
600000 .... seiscentos mil.
700000 .... setecentos mil.
800000 .... oitocentos mil.
900000 .... novecentos mil.

P. Como se escreve um milhão ?

R. Assim :—1000000

P. Como se escreve um numero qualquer pronunciado ?

R. Escrevendo successivamente da esquerda para a direita as secções de algarismos que exprimem as differentes especies de unidades a partir da mais elevada, tendo attenção á ordem em que ellas se succedem para não omittir alguma, e encher por meio de cifras o lugar das que faltarem.

P. Como se escreve vinte e cinco ?

R. Assim:—25; pois temos duas dezenas e cinco unidades.

P. Como se escreve trezentos e setenta e nove?

R. Assim :—379 ; pois temos tres centenas, sete dezenas e nove unidades.

P. Como se escreve dous mil quinhentos e oitenta e quatro ?

R. Assim:—2584 ; pois temos dous millhares, cinco centenas, oito dezenas, e quatro unidades.

P. Como se escreve sete mil e vinte tres ?

R. Assim:—7023; pois temos somente sete milhares, duas dezenas, e tres unidades.

P. Como se escreve cinco milhões, trezentos e nove mil e vinte quatro ?

R. Assim:—5,309,024.

milhões milhares unidades

P. Como se escreve vinte e tres bilhões, duzentos nove mil e dezeseis milhões, cincoenta e dous mil e trezentos?

R. Assim:—23,209,016,052,300.

bilhões — milhares de milhão — milhões — milhares — unidades

Da maneira de ler os numeros escriptos por algarismos

P. Como se lê um numero de dous ou tres algarismos?

R. Lendo cada um delles de per si, começando pela esquerda, e ajuntando-lhe a denominação respectiva de suas unidades.

P. Como se lê o numero 29?

R. Dizendo: duas dezenas e nove unidades, ou vinte e nove unidades.

P. Como se lê o numero 95?

R. Dizendo nove dezenas e cinco unidades, ou noventa e cinco unidades.

P. Como se lê o numero 507?

R. Dizendo: cinco centenas e sete unidades, ou quinhentos e sete.

P. Como se lê o numero 865?

R. Dizendo: oito centenas, seis dezenas, e cinco unidades, ou oitocentos e sessenta e cinco.

P. Quando o numero tem mais de tres algarismo como se lê?

R. Dividindo-o primeiramente em secções de tres lettras a partir da direita para a esquerda; e depois começando pela esquerda, lê-se cada secção como se estivesse só ajuntando-se-lhe no fim a denominação respectiva de suas unidades.

P. Qual é a denominação das differentes secções de tres lettras, em que se divide um numero?

R. Partindo da direita para a esquerda, a primeira secção exprime *unidades*; a segunda, *milhares*; a terceira, *milhões*; a quarta, *milhares de milhão*; a quinta, *bilhões*; a sexta, *milhares de bilhão*; a septima, *trilhões*.

P. Como se lê o numero 29648942?

R. Depois de dividil-o em secções de tres lettras, bem como aqui se vê: 29,648,943,

milhões milhares unidades

lê-se, começando pela esquerda, *vinte e nove milhões, seiscentos e quarenta e oito mil, novecentos e quarenta e tres unidades.*

P. Como se lê o numero 84003574298004?

R. Depois de dividil-o em secções de tres lettras deste modo: 84,003,574,298,004,

bilhões milhares milhões milhares unidades

lê-se *oitenta e quatro bilhões, tres mil quinhentos e setenta e quatro milhões, duzentos e noventa e oito mil e quatro unidades.*

Da conta romana

P. Com que caracteres os Romanos representavão os numeros?.

R. Com as lettras do seu alphabeto.

P. Quaes são essas lettras?
R. São: I, V, X, L, C, D, M.
P. Que numeros exprimem estas lettras?
R. I exprime 1

V	«	5
X	«	10
L	«	50
C	«	100
D	«	500
M	«	1000

P. Como se escrevem os nove primeiros numeros neste systema?
R. Assim:—

I	1
II	2
III	3
IIII ou IV	4
V	5
VI	6
VII	7
VIII	8
IX	9

P. Como se escreve dez ou uma dezena?
R. Assim:—X 10
P. Como se escrevem as colleções de dezenas?
R. Assim:—

XX	20
XXX	30
XL	40
L	50
LX	60
LXX	70
LXXX	80
XC	90

P. Como se escrevem os numeros comprehendidos entre dez e vinte?

R. Assim:—

XI	11
XII	12
XIII	13
XIV	14
XV	15
XVI	16
XVII	17
XVIII	18
XIX	19

P. Como se escrevem os numeros comprehendidos entre vinte e trinta?

R. Assim:—

XXI	21
XXII	22
XXIII	23
XXIV	24
XXV	25
XXVI	26
XXVII	27
XXVIII	28
XXIX	29

P. Como se escrevem os numeros comprehendidos entre trinta e quarenta?

R. Assim:—

XXXI	31
XXXII	32
XXXIII	33

....

P. Como se escrevem os numeros comprehendidos entre quarenta e cincoenta?

R. Assim:—

XLI	41
XLII	42

XLIII	43
....	
XLIX	49

P. Como se escrevem os numeros comprehendidos entre noventa e cem?

R. Assim :—

XCI	91
XCII	92
XCIII	93
....	
XCIX	99

P. Como se escreve uma centena, ou cem?

R. Assim :— C 100

P, Como se escrevem as collecções de centenas ?

R. Assim :—

CC	ou IIC	200
CCC	ou IIIC	300
CD	ou IVC	400
D	ou Iↄ	500
DC	ou IↄC	600
DCC	ou IↄCC	700
DCCC	ou IↄCCC	800
DCD	ou IↄCCCC	900

P. Como se escrevem os numeros comprehendidos entre cem e duzentos ?

R. Assim :—

CI	101
CII	102
CIII	103
CX	110
CXI	111
CXIX	119
CXX	120
CXXX	130

CXL	140
CL	150
CLX	160
CLXX	170
CLXXX	180
CXC	190
CXCI	191
CXCII	192
CXCIII	193
CXCIV	194
CXCV	195
CXCVI	196
CXCVII	197
CXCVIII	198
CXCIX	199

Do mesmo modo se escrevem os numeros comprehendidos entre duzentos e trezentos, entre trezentos e quatrocentos, entre quatrocentos e quinhentos, entre quinhentos e seiscentos, entre seiscentos e setecentos, entre setecentos e oitocentos, entre oitocentos e novecentos, entre novecentos e mil.

P. Como se escreve mil ou um milhar ?

R. Assim :—M 1000.

P. Como se escrevem as differentes collecções de milhares ?

R. Assim :

IIM	2000
IIIM	3000
IVM	4000
VM	5000
VIM	6000
VIIM	7000
VIIIM	8000
IXM	9000

P. Como se escrevem os numeros comprehendidos entre 1000 e 2000?

R. Assim:—

MI	1001
MII	1002
MIII	1003
MIV	1004
MIX	1009
MX	1010
MXI	1011
MXX	1020
MXXX	1030
MXL	1040
ML	1050
MLX	1060
MC	1100
MCI	1101
MCX	1110
MCXL	1140
MCC	1200
MCCC	1300
MCD	1400
MD	1500
MDC	1600
MDCD	1900
MDCDX	1910
MDCDXX	1920
MDCDXXX	1930
MDCDXL	1940
MDCDL	1950
MDCDLX	1960
MDCDLXX	1970
MDCDLXXX	1980
MDCDXC	1990

P. Como se escrevem as collecções de dezenas de milhar?

R. Assim :—

XM	10000
XXM	20000
XXXM	30000
XLM	40000
LM	50000
LXM	60000
LXXM	70000
LXXXM	80000
XCM	90000

P. Como se escrevem as collecções de centenas de milhar ?

R. Assim :—

CM	100000
CCM	200000
CCCM	300000
CDM	400000
DM	500000
DCM	600000
DCCM	700000
DCCCM	800000
DCDM	900000

P. Como se escreve um milhão ?

R. Assim :—MM 1000000

P. Como se escreve dous milhões ?

R. Assim — : IIMM.

P. Como se escreve dez milhões ?

R. Assim :—XMM.

P. Como se escreve cem milhões ?

R. Assim :—CMM. (2)

---

(2) Ha ainda outro systema para escrever os numeros e que se chama financeiro.

PARTE SEGUNDA

Do calculo dos Numeros inteiros

P. Quantas são as operações fundamentaes da Arithmetica?

R. Quatro: Addição, Subtracção, Multiplicação e Divisão.

P. Para que servem estas operações?

R. Para compor e decompor os numeros.

P. Quaes são as que servem para compor os numeros?

R. A addição e a multiplicação.

P. Quaes são as que servem para decompor os numeros?

R. A subtracção e a divisão.

P. Como é que a addição e a multiplicação servem para compor os numeros?

R. A addição comp e os numeros reunindo muitos delles em um só; e a multiplicação repetindo um delles muitas vezes.

Em vez de lettras maiusculas, como na conta romana, empregão-se nelle lettras minusculas e essas lettras são: i, j, b, x, l, c, g.

j—1, ij,—2, iij.—3, iiij ou jb—4, b—5, bj—6, bij, 7, biij—8, biiij ou ix—9, x—10,—xj—11, xij—12, xx—20, xl—40, l—50, lx—60, lxxx ou iiiixx—80, jc-100, ijc-200, iijc—300, ibc-400, bc—500, bjc—600, bijc—700, biijc—800, lxc—900, g—1000, xg—10,000, jcg—100,000.

P. Como é que a subtracção e a divisão servem para decompor os numeros?

R. A subtracção decompõe os numeros dividindo-os em partes desiguaes, e a divisão dividindo-os em partes iguaes.

Da Addição

P. Que se entende por Addição?

R. Addição é a operação pela qual se reunem muitos numeros em um só.

P. Como se chamão os numeros que se reunem?

R. Chamão-se addições, ou parcellas.

P. Como se chama o resultado da addição?

R. Chama-se total ou somma.

P. O que é preciso para effeituar esta operação?

R. E' preciso saber de cór a taboada de sommar.

P. Que se entende por taboada de sommar?

R. Taboada de sommar é o quadro no qual em frente aos nove primeiros numeros se acha o resultado da reunião delles.

4

Taboada de Sommar

1	e	1	2	2	e	1	3	3	e	1	4
1	e	2	3	2	e	2	4	3	e	2	5
1	e	3	4	2	e	3	5	3	e	3	6
1	e	4	5	2	e	4	6	3	e	4	7
1	e	5	6	2	e	5	7	3	e	5	8
1	e	6	7	2	e	6	8	3	e	6	9
1	e	7	8	2	e	7	9	3	e	7	10
1	e	8	9	2	e	8	10	3	e	8	11
1	e	9	10	2	e	9	11	3	e	9	12

4	e	1	5	5	e	1	6	6	e	1	7
4	e	2	6	5	e	2	7	6	e	2	8
4	e	3	7	5	e	3	8	6	e	3	9
4	e	4	8	5	e	4	9	6	e	4	10
4	e	5	9	5	e	5	10	6	e	5	11
4	e	6	10	5	e	6	11	6	e	6	12
4	e	7	11	5	e	7	12	6	e	7	13
4	e	8	12	5	e	8	13	6	e	8	14
4	e	9	13	5	e	9	14	6	e	9	15

7	e	1	8	8	e	1	9	9	e	1	10
7	e	2	9	8	e	2	10	9	e	2	11
7	e	3	10	8	e	3	11	9	e	3	12
7	e	4	11	8	e	4	12	9	e	4	13
7	e	5	12	8	e	5	13	9	e	5	14
7	e	6	13	8	e	6	14	9	e	6	15
7	e	7	14	8	e	7	15	9	e	7	16
7	e	8	15	8	e	8	16	9	e	8	17
7	e	9	16	8	e	9	17	9	e	9	18

P. Como é que se reunem muitos numeros em um só, ou como é que se sommam elles ?

R. Para sommar muitos numeros, escrevem-se uns debaixo dos outros de modo que os algarismos que exprimem unidades da mesma ordem fiquem em uma mesma columna, passa-se depois um traço por baixo do ultimo e sommão-se, a começar da direita, todos os algarismos que se achão em uma mesma columna, escrevendo-se a somma delles debaixo da risca quando essa somma não excede de nove ; no caso contrario porém, escreve-se somente o excesso dessa somma sobre 10, sobre 20, sobre 30, etc., e reservão-se as dezenas, para ajuntal-as com os algarismos da columna seguinte, e tendo procedido do mesmo modo para com todas as columnas, escreve-se debaixo da ultima a somma tal qual se acha :

Primeiro exemplo

$$\left.\begin{array}{r}385\\764\\368\end{array}\right\}\text{Addições.}$$

$$\overline{1517}\quad\text{(Somma.)}$$

Explicação

Começando pela primeira columna à direita, diz-se : 5 e 4—9 e 8—17 e como esta somma excede de 9, escreve-se somente 7 debaixo da risca e reserva-se 1 dezena para a columna seguinte :

Passando a esta columna, diz-se : 1 (reserva da somma das unidades) e 8—9 e 6—15 e 6—21, e havendo dezenas nesta somma visto que excede de 9, escreve-se somente 1 que é o excesso della sobre 20, e reservão-se 2 dezenas para a columna seguinte.

Passando a esta columna, diz-se : 2 (reserva da somma da segunda columna) e 3—5 e 7—12 e 3—15 somma que se escreve tal qual por ser a da ultima columna á esquerda.

Segundo exemplo

	75497	Addições
	53281	ou
	72978	Parcellas.
	62795	
(Somma)	264551	

Explicação

Começando pela primeira columna á direita, diz-se : 7 e 1—8 e 8—16 e 5—21, escreve-se somente debaixo da risca 1 que é o excesso de 21 sobre 20, e reservão-se 2 dezenas para a columna seguinte.

Passando a esta columna, diz-se : 2 (reserva da somma das unidades) e 9—11 e 8—19 e 7—26 e 9—35, escreve-se 5 que é o excesso de 35 sobre 30, e reservão-se 3 para a terceira columna.

Passando a esta columna, diz-se : 3 (reserva da somma das dezenas) e 4—7 e 2—9 e 9—18 e

7—25, escreve-se 5 (excesso de 25 sobre 20) e reservão-se 2 para a quarta columna.

Passando a esta, diz-se: 2 (reserva da somma da columna das centenas, e 5—7 e 3—10 e 2—12 e 2—14, escreve-se 4 (excesso sobre 10) e reserva-se 1 para a quinta columna.

Passando a esta, diz-se: 1 (reserva da somma da columna precedente) e 7—8 e 5—13 e 7 20 e 6—26, e sendo esta a ultima columna á esquerda, escreve-se a somma achada tal qual.

Da Subtracção

P. Que se entende por subtracção ?

R. Subtracção é a operação pela qual se tira um numero de outro, ou antes a operação pela qual se decompõe um numero em dous outros que não são iguaes.

P. Como se chama o resultado da subtracção ?

R. Chama-se resto, excesso, ou differença, conforme o resultado da questão.

P. O que é preciso para se effeituar a subtracção ?

R. E' preciso saber de cór a taboada de subtrahir.

Taboada de Subtrahir

1	para	1	0	4	para	4	0	7	para	7	0
1	«	2	1	4	«	5	1	7	«	8	1
1	«	3	2	4	«	6	2	7	«	9	2
1	«	4	3	4	«	7	3	7	«	10	3
1	«	5	4	4	«	8	4	7	«	11	4
1	«	6	5	4	«	9	5	7	«	12	5
1	«	7	6	4	«	10	6	7	«	13	6
1	«	8	7	4	«	11	7	7	«	14	7
1	«	9	8	4	«	12	8	7	«	15	8
1	«	10	9	4	«	13	9	7	«	16	9

2	para	2	0	5	para	5	0	8	para	8	0
2	«	3	1	5	«	6	1	8	«	9	1
2	«	4	2	5	«	7	2	8	«	10	2
2	«	5	3	5	«	8	3	8	«	11	3
2	«	6	4	5	«	9	4	8	«	12	4
2	«	7	5	5	«	10	5	8	«	13	5
2	«	8	6	5	«	11	6	8	«	14	6
2	«	9	7	5	«	12	7	8	«	15	7
2	«	10	8	5	«	13	8	8	«	16	8
2	«	11	9	5	«	14	9	8	«	17	9

3	para	3	0	6	para	6	0	9	para	9	0
3	«	4	1	6	«	7	1	9	«	10	1
3	«	5	2	6	«	8	2	9	«	11	2
3	«	6	3	6	«	9	3	9	«	12	3
3	«	7	4	6	«	10	4	9	«	13	4
3	«	8	5	6	«	11	5	9	«	14	5
3	«	9	6	6	«	12	6	9	«	15	6
3	«	10	7	6	«	13	7	9	«	16	7
3	«	11	8	6	«	14	8	9	«	17	8
3	«	12	9	6	«	15	9	9	«	18	9

P. Como se tira um numero de outro?

R. Para tirar um numero de outro escreve-se o menor por baixo do maior de modo que as unidades de um fiquem debaixo das unidades do outro, as dezenas debaixo das dezenas, etc. etc., passa-se depois um traço por baixo do menor para separal-o do resultado, e começando da direita busca-se quanto falta ao algarismo inferior para igualar ao superior, e escreve-se a differença na columna correspondente em baixo da risca; se, porém, o algarismo inferior é maior que o superior, augmenta-se este de dez unidades, considerando o primeiro que vem depois delle como diminuido de uma unidade e as cifras intermedias como se fossem nove.

Primeiro exemplo

$$\begin{array}{r} 8974 \\ 3572 \\ \hline 5402 \\ \hline \end{array}$$

Explicação

Começando da direita, diz-se: 2 para 4—2 e escreve-se esta differença embaixo da risca.

Passando á segunda columna, diz-se: 7 para 7—0 e escreve-se 0 no lugar correspondente para designar que não ha differença entre os algarismos dessa columna.

Passando á terceira columna, diz-se: 5 para 9—4 e escreve-se esta differença como as outras.

Passando á quarta columna, diz-se : 3 para 8 —5 e escrevendo-se esta differença, se obtém o resultado procurado.

Segundo exemplo

7945
3582
4363

Explicação

Começando da direita, diz-se : 2 para 5—3 e escreve-se esta differença.

Passando á segunda columna, diz-se : 8 para 14 (4 augmentado de 10)—6 e escreve-se esta differença.

Passando á terceira columna, diz-se : 5 para 8 (9 diminuido de 1)—3 e escreve-se esta differença.

Passando finalmente á quarta columna, diz se : 3 para 7—4 que se escreve, como as outras differenças, embaixo da risca na columna respectiva.

Terceiro exemplo

95003
27853
67150

Explicação

Começando da direita, diz-se : 3 para 3 – 0 ; 5

para 10—5; 8 para 9 (valor da cifra intermedia)—1; 7 para 14 (4 augmentado de 10)—7; 2 para 8 (9 diminuido de 1)—6.

Para maior facilidade sempre que se tem de augmentar o algarismo superior de 10 unidades (visto ser elle menor que o inferior que lhe é correspondente), em vez de se considerar o algarismo que se lhe segue á esquerda como diminuido de uma unidade, augmenta-se o inferior correspondente a este de uma mesma unidade.

Quarto exemplo

759016
275345
———
483671
———

Explicação

Começando da direita, diz-se:

5 para 6—1; 4 para 11 (1 augmentado de 10) —7; de 11 vai 1 e 3—4 para 10 (0 augmentado de 10)—6; de 10 vai 1 e 5—6 para 9—3; 7 para 15 (5 augmentado de 10) —8; de 15 vai 1 e 2—3 para 7—4.

PROVA DA ADDIÇÃO E DA SUBTRACÇÃO

P. Que se entende por prova de uma operação?

R. Entende-se por prova uma nova operação pela qual nos certificamos do resultado de outra.

P. Como é que nos podemos certificar do resultado de uma operação?

R. Certificamo-nos do resultado de uma operação desfazendo o que por ella se fez.

P. Como nos certificamos do resultado da addição?

R. Certificamo-nos do resultado da addição decompondo o numero que por ella se compoz.

P. E qual é a operação que se emprega para este fim?

R. E' a subtracção.

P. E como nos certificamos do resultado da subtracção?

R. Recompondo o numero que por ella se decompoz.

P. Qual é a operação que se emprega para este fim?

R. E' a addição.

PROVA DA ADDIÇÃO

P. Como é que se prova a addição por meio da subtracção?

R. Prova-se a addição por meio da subtracção sommando de novo todas as parcellas que nella se contem, a começar pela primeira columna á esquerda, tirando a somma de cada uma da que se acha indicada embaixo da risca no lugar correspondente, ajuntando a differença como dezena ao algarismo seguinte, e continuando assim até a ultima columna ou primeira á direita na qual, feita a subtracção, nada deve restar.

P. E em que se funda este processo?

R. Funda-se em que tirando-se de um todo todas as suas partes, elle deve necessariamente desapparecer.

Exemplo

$$\left.\begin{array}{r}3477\\5896\\2768\\4557\end{array}\right\}\text{Parcellas}$$

16698	Somma
2220	Prova

Explicação

Começando a sommar pela primeira columna á esquerda, diz-se: 14 (somma dos algarismos desta columna) para 16 (somma indicada embaixo da risca)—2, e escreve-se esta differença embaixo de 16.

Passando á segunda columna, diz-se: 24 (somma dos algarismos desta columna) para 26 (numero formado pelas 2 dezenas, differença da primeira columna, e 6)—2 e escreve-se esta differença debaixo de 26.

Passando á terceira columna, diz-se: 27, (somma dos algarismos desta columna) para 29 (numero formado pelas 2 dezenas, differença da columna precedente, e 9)—2 e escreve-se esta differença embaixo de 29.

Passando á quarta columna, diz-se: 28 (somma dos algarismos desta columna) para 28 (numero formado pelas 2 dezenas, differença da columna precedente, e 8)—0 e escreve-se cifra embaixo de 28.

Exemplos para exercicio

8327	7349
5409	8592
8754	7004
3291	5092
4347	1789
30128	29826
2220	1320

PROVA DA SUBTRACÇÃO

P. Como se prova a subtracção por meio da addição?

R. Prova-se a subtracção por meio da addição reunindo o numero menor com o resto ou differença para achar outra vez o numero maior.

Exemplo

835924	Maior
729035	Menor
106889	Differença
835924	Prova

Explicação

Sommando o numero 729035 (menor) com o numero 106889 (resto ou differença) acha-se o numero 835924 igual ao maior.

so por mais de um desses algarismos, 3.° quando elle ou o multiplicando ou ambos são terminados por cifras.

P. Como se effectua a multiplicação quando o multiplicador é expresso por um só algarismo significativo ?

R. Escreve-se esse multiplicador embaixo do multiplicando, passa-se um traço para separal-os do resultado e começando da direita, repete-se cada algarismo do multiplicando tantas vezes quantas são as unidades do algarismo do multiplicador, escrevendo-se este producto tal qual debaixo da risca sempre que elle não excede de 9, e contendo dezenas, somente o excesso delle sobre 10, 20, 30, 40, etc., reservando estas para ajuntal-as ao producto do algarismo seguinte :

Exemplo

745698	(multiplicando)
3	(multiplicador)
2237094	(producto

Explicação

Tendo escripto o multiplicador embaixo do multiplcando como acima se vê, começa-se a multiplicar da direita e diz-se ; 3 vezes 8—24, escrevendo-se somente 4 (excesso de 24 sobre 20) e reservando 2 para o producto seguinte.

Passando ao segundo algarismo, diz-se : 3 vezes 9—27 e 2 (reserva do producto precedente)—29, escrevendo-se somente 9 (excesso de 29 sobre 20) e reservando-se 2 para o producto seguinte.

Passando ao 3.º algarismo, diz-se : 3 vezes 6 —18 e 2 (reserva de 29)—20 escrevendo-se 0 e reservando-se 2.

Passando ao 4.º algarismo, diz-se : 3 vezes 5 —15 e 2 (reserva de 20)—17, escrevendo-se 7 e reservando-se 1.

Passando ao 5.º, diz-se : 3 vezes 4—12 e 1 (reserva de 17)—13, escrevendo-se 3 e reservando-se 1.

Passando-se ao ultimo, diz-se : 3 vezes 7—21 e 1 (reserva de 13)—22 que se escreve tal qual.

P. E quando o multiplicador tem muitos algarismos, como se effectua a multiplicação ?

R. Quando o multiplicador tem muitos algarismos, effectua-se a multiplicação multiplicando todos os algarismos do multiplicando por cada um dos algarismos do multiplicador, tendo o cuidado de escrever o primeiro algarismo de cada producto parcial debaixo do algarismo do multiplicador que dá esse producto, sommando depois todos esses productos para ter o producto total.

Exemplo

```
  85492
    397
  -----
 598444
769428
256476
-------
33940324
-------
```

Explicação

Tendo escripto o multiplicador debaixo do multiplicando, como acima se vê, multiplica-se primeiramente todo o multiplicando por 7, primeiro algarismo do multiplicador, do modo que no outro exemplo ficou explicado; depois multiplica-se o mesmo multiplicando por 9, segundo algarismo do multiplicador, dizendo : 9 vezes 2 —18, reservando 1 e escrevendo 8, não debaixo do algarismo 4 que exprime unidades no producto, mas debaixo do algarismo 4 que nelle exprime dezenas ; e finalmente multiplica-se o multiplicando por 3 terceiro algarismo do multiplicador, dizendo : 3 vezes 2—6 e escrevendo esse producto debaixo do algarismo que exprime centenas no primeiro producto parcial, e sommando todos esses productos.

P. Porque razão se escreve o producto do segundo algarismo do multiplicador debaixo do segundo algarismo do producto dado pelo primeiro algarismo desse numero e não debaixo do primeiro ?

R. Escreve-se o producto do segundo algarismo do multiplicador debaixo do segundo algarismo do primeiro producto para que elle exprima dezenas como esse algarismo, e pela mesma razão escreve-se o producto do terceiro algarismo do multiplicador debaixo do terceiro algarismo do primeiro producto para que elle exprima centenas, como esse algarismo, e assim por diante.

P. Como se effectua a multiplicação no caso de um dos factores ou ambos serem terminados por cifras?

R. Quando o multiplicando ou o multiplicador ou ambos esses factores são terminados por cifras, prescinde-se das cifras e effeitua-se a multiplicação como se ellas não existissem, tendo-se o cuidado de accrescentar á direita do producto total tantas cifras quantas são as do multiplicando ou as do multiplicador ou as de ambos tomadas juntamente, se ambos são terminados por esses algarismos.

Primeiro exemplo

```
  97400
     28
  -----
   7792
  1948
  -----
2727200
  -----
```

Explicação

Tendo escripto o multiplicador por baixo do multiplicando, prescinde-se das cifras e multiplica-se 974 por 28, accrescentando-se ao producto 27272 duas cifras, como acima se vê.

Segundo exemplo

```
     753
   97000
 -------
    5271
   6777
 -------
73041000
 -------
```

Explicação

Tendo escripto o multiplicador por baixo do multiplicando, como acima se vê, prescinde-se das cifras no muliplicador e multiplica-se 753 por 97, accrescentando-se ao producto 73041 tres cifras.

Terceiro exemplo

```
  53800
   49000
---------
  4842
 2152
----------
 2636200000
----------
```

Explicação

Tendo escripto o multiplicador por baixo do multiplicando, prescinde-se das cifras em ambos e multiplica-se 538 por 49, accrescentando-se ao producto 26362 cinco cifras, isto é, duas do multiplicando e tres do multiplicador.

P. Porque razão se accrescentão duas cifras no primeiro exemplo ao producto 27272?

R. Para tornal-o 100 vezes maior, visto que prescindindo-se das cifras ficou o multiplicando 100 vezes menor.

P. Porque razão se accrescentão tres cifras no 2.º exemplo ao producto 73041?

R. Para tornal-o 1000 vezes maior, visto que prescindindo-se das cifras no multiplicador ficou elle 1000 vezes menor.

P. Porque razão se accrescentão cinco cifras no 3.º exemplo á direita do producto 26362?

R. Para tornal-o 100000 vezes maior visto que prescindindo-se das duas cifras no multiplicando ficou elle 100 vezes menor e prescindindo-se das tres cifras no multiplicador tornou a ficar mais 1000 vezes menor, o que equivale a ficar 100000 vezes menor.

P. E porque é que escrevendo-se duas cifras á direita de um numero fica elle 100 vezes maior?

R. Porque todos os seus algarismos ficão representando unidades 100 vezes maiores, isto é, o que exprimia unidades passa a exprimir centenas, o que exprimia dezenas passa a exprimir milhares, e assim dos outros.

P. E porque é que prescindindo-se de duas cifras á direita de um numero fica elle 100 vezes menor?

R. Porque seus algarismos ficão exprimindo unidades 100 vezes menores do que exprimião, isto é, o algarismo que exprimia centenas passa a exprimir unidades, o que exprimia milhares passa a exprimir dezenas e assim dos outros.

P. O que é pois preciso para multiplicar um numero por 10?

R. Escrever uma cifra á sua direita.

P. E para multiplicar por 1000?

R. Escrever tres cifras á sua direita.

Da Divisão

P. Que se entende por divisão?

R. Divisão é a operação pela qual se procura quantas vezes um numero contém a outro, ou pela qual se divide um numero em partes iguaes, ou ainda a operação pela qual sendo dados um producto e um de seus factores se acha o outro factor.

P. Como se chama o numero que se quer dividir?

R. Chama-se dividendo.

P. Que se entende por divisor?

R. Divisor é o numero que marca em quantas partes se deve dividir o dividendo.

P. Como se chama o resultado da divisão ?

R. Chama-se quociente.

P. Que é preciso para effectuar a divisão ?

R. E' preciso saber de cór a taboada de dividir.

Taboada de dividir

Multiplos de 2

Em 2	ha	2	1	vez
« 4	«	2	2	vezes
« 6	«	2	3	«
« 8	«	2	4	«
« 10	«	2	5	«
« 12	«	2	6	«
« 14	«	2	7	«
« 16	«	2	8	«
« 18	«	2	9	«

Multiplos de 3

Em 3	ha	3	1	vez
« 6	«	3	2	vezes
« 9	«	3	3	«
« 12	«	3	4	«
« 15	«	3	5	«
« 18	«	3	6	«
« 21	«	3	7	«
« 24	«	3	8	«
« 27	«	3	9	«

Multiplos de 4

Em 4	ha	4	1	vez
« 8	«	4	2	vezes
« 12	«	4	3	«
« 16	«	4	4	«
« 20	«	4	5	«
« 24	«	4	6	«
« 28	«	4	7	«
« 32	«	4	8	«
« 36	«	4	9	«

Multiplos de 5

Em 5	ha	5	1	vez
« 10	«	5	2	vezes
« 15	«	5	3	«
« 20	«	5	4	«
« 25	«	5	5	«
« 30	«	5	6	«
« 35	«	5	7	«
« 40	«	5	8	«
« 45	«	5	9	«

Multiplos de 6

Em	6	ha	6	1	vez
«	12	«	6	2	vezes
«	18	«	6	3	«
«	24	«	6	4	«
«	30	«	6	5	«
«	36	«	6	6	«
«	42	«	6	7	«
«	48	«	6	8	«
«	54	«	6	9	«

Multiplos de 7

Em	7	ha	7	1	vez
«	14	«	7	2	vezes
«	21	«	7	3	«
«	28	«	7	4	«
«	35	«	7	5	«
«	42	«	7	6	«
«	49	«	7	7	«
«	56	«	7	8	«
«	63	«	7	9	«

Multiplos de 8

Em	8	ha	8	1	vez
«	16	«	8	2	vezes
«	24	«	8	3	«
«	32	«	8	4	«
«	40	«	8	5	«
«	48	«	8	6	«
«	56	«	8	7	«
«	64	«	8	8	«
«	72	«	8	9	«

Multiplos de 9

Em	9	ha	9	1	vez
«	18	«	9	2	vezes
«	27	«	9	3	«
«	36	«	9	4	«
«	45	«	9	5	«
«	54	«	9	6	«
»	63	«	9	7	«
«	72	«	9	8	«
«	81	«	9	9	«

P. Qantos casos pode offerecer a divisão?

R. A divisão pode offerecer tres casos, ou o divisor é expresso por um só algarismo significativo, ou é expresso por mais de um desses algarismos, ou elle ou o dividendo ou ambos são terminados por cifras.

P. Como se effectua a divisão quando o divisor é expresso por um só algarismo significativo?

R. Quando o divisor é expresso por um só algarismo significativo, escreve-se esse numero á direita do dividendo separando-os por um traço e passando outro por baixo do divisor para separal-o do quociente; feito isto, começa-se a divisão pelo primeiro algarismo á esquerda do dividendo, vendo quantas vezes esse algarismo contém o divisor, escreve-se depois o resultado no lugar destinado para o quociente, multiplica-se esse quociente parcial pelo divisor e subtrae-se o producto achado do numero expresso pelo primeiro algarismo do dividendo; se ha resto, escreve-se esse numero embaixo do dividendo parcial e para a direita delle abaixa-se o algarismo seguinte do dividendo; pratica-se com esse novo numero do mesmo modo que se praticou com o primeiro e continua-se assim até se haver attendido a todos os algarismos do dividendo.

Primeiro exemplo.

```
7542 | 3
15     2514
 04
  12
   0
```

Explicação

Tendo escripto o divisor à direita do dividendo, separando-o deste por um traço e passando outro por baixo delle para separal-o do quociente, como acima se vê, procura-se primeiramente quantas vezes o numero 7, expresso pelo 1.º algarismo do dividendo, contém o divisor 3 e escrevendo-se o resultado 2 no lugar destinado para o quociente embaixo do divisor, multiplica-se esse quociente parcial pelo mesmo divisor e subtrahindo o producto 6 do dividendo 7, escreve-se o resto 1 embaixo do mesmo dividendo ajuntando-o como dezena ao 2.º algarismo do dividendo 5 que para a direita delle se abaixa; passando a este algarismo, procura-se quantas vezes o numero 15 (expresso pelo resto 1 da subtracção e pelo algarismo 5) contém o divisor 3 e escreve-se o resultado 5 no quociente depois de 3; multiplica-se este segundo quociente parcial pelo divisor e subtrahindo-se o producto 15 do dividendo parcial, nada resta, pelo que escreve-se 0 embaixo desse numero no dividendo; passando ao 3.º algarismo, como não ha nenhum que ajuntar-lhe como dezena, visto que não houve re[illegible] na subtracção precedente, procura-se qua[illegible]es o novo dividendo parcial 4 contém o di[illegible] e escrevendo-se o resultado 1 no lug[illegible] quociente embaixo do divisor, subtrae-se [illegible] producto 3 do dividendo 4, escrevendo-se 1 embaixo delle, e ajuntando esse resto como dezena ao algarismo 2 que é o ultimo, procura-se quantas vezes o numero 12 (composto da dezena de resto e de 2) contem o divisor, escreve-se o resultado 3 no lugar do quociente, multiplica-se esse resultado pelo dito divisor e subtrahindo-se o producto 12 do dividendo 12, escreve-se 0 embaixo deste, por isso que a subtracção não deixa resto algum.

Segundo exemplo.

2748	8
34	343
28	
4	

Explicação.

Começando-se a divisão pelo 1.º algarismo á esquerda do dividendo, vê-se que elle não contem o divisor, por isso que é menor que este; então ajunta-se esse algarismo como dezena ao seguinte e procura-se quantas vezes o numero 27 contém o divisor 8, escrevendo-se o resultado 2 no lugar destinado para o quociente multiplica-se esse numero por 8, subtrae-se depois o producto 24 de 27 e escreve-se o resto 3 embaixo do dividendo parcial, ajuntando-o como dezena ao algarismo seguinte 4 que para a direita delle se abaixa, o que dá 34 ; procura-se depois quantas vezes esse novo dividendo parcial contém o divisor e escrevendo-se o resultado 4 no lugar do quociente, multiplica-se pelo divisor e subtrae-se o producto 32 de 34, escrevendo-se o resto 2 embaixo deste numero e ajuntando-o como dezena ao algarismo seguinte 8; procura-se depois quantas vezes o novo dividendo parcial 28, expresso pelas duas dezenas (resto da subtracção precedente) e 8, contém o divisor e escrevendo-se o resultado 3 no lugar do quociente, multiplica-se esse resultado pelo divisor e subtrae-se o producto 24 de 28, escrevendo-se o resto 4 embaixo deste ultimo numero que é tambem o ultimo dividendo parcial.

P. E achando-se um dividendo parcial que não contenha o divisor, como se procede?

R. Quando se acha um dividendo parcial que não contem o divisor, escreve-se 0 no quociente e ajunta-se esse dividendo como dezena ao algarismo seguinte para poder continuar a divisão.

Terceiro exemplo.

```
37545 | 5
 25     7509
  045
    0
```

Explicação

Começando a divisão pela esquerda, procura-se quantas vezes 37 contém a 5 e escreve-se 7 no quociente, multiplica-se esse quociente parcial pelo divisor e subtrae-se o producto 35 de 37, escrevendo-se o resto 2 embaixo delle e ajuntando-o como dezena ao algarismo seguinte; procura-se depois quantas vezes o dividendo parcial 25 contém o divisor e escreve-se o resultado 5 no quociente; multiplica-se esse resultado pelo mesmo divisor e subtrahindo-se o producto 25 do dividendo parcial 25, escreve-se

0 embaixo delle por isso que a subtracção não deixa resto; procura-se depois quantas vezes o algarismo seguinte do dividendo 4 por si só, por isso que não ha resto que ajuntar-lhe, contém o divisor 5 e não podendo elle conter a este nenhuma vez por isso que é menor, escreve-se 0 no quociente, e ajuntando-se esse algarismo ao seguinte 5 como dezena, procura-se quantas vezes 45 contem a 5, escrevendo-se o resultado 9 no quociente, e multiplicando-se esse resultado pelo divisor, subtrae-se o producto 45 do dividendo parcial 45 escrevendo-se 0 embaixo delle por isso que sendo eguaes os dous numeros, a subtracção não deixa nenhum resto.

P. Como se effectua a divisão quando o divisor é expresso por mais de um algarismo significativo?

R. Quando o divisor é expresso por mais de um algarismo significativo, a divisão effectua-se quase do mesmo modo que quando elle é expresso por um só. Tomão-se primeiramente á esquerda do dividendo tantos algarismos quantos sejão precisos para conter o divisor, procura-se quantas vezes o 1.º ou os dous primeiros desses algarismos contem o 1.º algarismo do divisor, escreve-se o resultado no lugar do quociente, multiplica-se esse resultado por todos os algarismos do divisor, subtrahindo ao mesmo tempo os productos que se vão achando daquelles que são expressos pelos algarismos do dividendo parcial já separados, augmentando estes algarismos de 10, de 20, de 30, etc. etc, conforme for necessario para que a subtracção se possa effectuar, e escrevendo os restos debaixo delles; depois ajuntão-se esses restos como dezenas ao algarismo seguinte do dividendo parcial com o qual se pratica como com o primeiro e assim por diante.

Quarto exemplo.

```
937'2'8 | 454
029 2 8  ----
  2 0 4   206
```

Explicação

Começa-se separando á esquerda do dividendo tres algarismos, por isso que um nem dous não exprimem um numero que possa conter o divisor; procura-se quantas vezes 9, primeiro algarismo do dividendo, contem a 4, primeiro algarismo do divisor, escreve-se o resultado 2 no lugar destinado ao quociente, multiplica-se esse quociente parcial por todo o divisor, e subtrae-se o producto do dividendo, dizendo: 2 vezes 4—8 para 17 (7 agmentado de 10)—9 e escrevendo-se essa differença embaixo de 7; 2 vezes 5—10 e 1 (reserva de 17)—11 para 13 (3 augmentado de 10)—2 e escrevendo-se esta differença embaixo de 3; 2 vezes 4—8 e 1 (reserva de 13)—9 para 9—0 que se escreve debaixo de 9; ajunta-se o resto 29 como dezena ao algarismo seguinte 2 do dividendo que se abaixa para a direita delle e procura-se quantas vezes esse novo dividendo 292 contem o divisor e como isto não tem lugar por ser elle menor que 454, escreve-se 0 no quociente e ajunta-se esse numero como dezena ao algarismo seguinte 8; procura-se então quantas vezes o novo dividendo parcial 2928 contém o divisor, vendo quantas vezes 29 (numero expresso pelos dous primeiros algarismos desse dividendo) contém o 1.º algarismo 4 do divisor e escreve-se o resultado 6 no lugar do quociente; multiplica-se depois esse resultado por todo o divisor, dizendo: 6 vezes 4—24 para 28 (8 augmentado de 20)—4 e escrevendo-se este resto; 6 vezes 5—30 e 2 (reserva de 28)—32 para 32—0 e escrevendo este resto; 6 vezes 4—24 e 3 (reserva de 32)—27 para 29—2 que se escreve.

P. E que se deve concluir quando a divisão não se faz exactamente, deixando resto?

R. Quando a divisão não se faz exactamente deixando resto, conclue-se que o dividendo não é um simples multiplo ou um producto do divisor mas que compõe-se de um desses multiplos e de mais outro numero menor que o divisor.

P. Quando o dividendo e o divisor são terminados por cifras, como se effectua a divisão?

R. Quando o dividendo e o divisor são terminados por cifras, prescinde-se primeiramente de um igual numero de cifras em ambos e pratica-se depois a divisão como nos casos precedentes.

Quinto exemplo.

```
73'6(00 | 8'00
 1 6      92
   0
```

Explicação.

Prescidindo-se de duas cifras no dividendo e no divisor, divide-se 736 por 8 em vez de dividir 73600 por 800.

P. E se o numero de cifras não é o mesmo em ambos esses numeros como se procede?

R. Supprimem-se em ambos tantas quantas são as do numero que menos cifras tem.

Sexto exemplo.

```
6480(00 | 7'00
 18       925
 840
   5
```

Explicação.

Prescinde-se de duas cifras no dividendo e de duas no divisor, dividindo-se depois 6480 por 7 em vez de 648000 por 700.

P. Que effeito produz sobre um numero qualquer a suppressão de uma, duas, tres ou mais cifras á sua direita?

R. A suppressão de uma, duas, tres, ou mais cifras á direita de um numero qualquer, torna esse numero 10, 100, 1000, etc. vezes menor do que era.

P. O que pois se deve fazer para dividir por 10 um numero que é terminado por cifras?

R. Cortar ou supprimir uma dessas cifras.

P. E para dividil-o por 100?

R. Para dividir por 100 um numero que é terminado por cifras basta cortar ou supprimir duas dessas cifras.

P. E para dividil-o por 1000?

R. Basta cortar ou supprimir tres cifras e assim por diante.

PROVA DA MULTIPLICAÇÃO E DA DIVISÃO

P. Porque operação se prova a multiplicação?
R, A multiplicação prova-se pela divisão.
P. Como se prova a multiplicação pela divisão?
R. Prova-se a multiplicação pela divisão dividindo o producto achado por um de seus factores para achar o outro factor.
P. Porque operação se prova a divisão?
R. A divisão se prova por meio da multiplicação.
P. Como se prova a divisão por meio da multiplicação?
R. Prova-se a divisão por meio da multiplicação multiplicando-se o quociente pelo divisor para achar o dividendo se a operação não tem deixado resto, e no caso de o ter deixado, ajuntando-se o producto do quocionte pelo divisor com esse resto para ter o dividendo.

EXEMPLO DA PROVA DA MULTIPLICAÇÃO

Primeiro exemplo.

	5497	Multiplicando		
	63	Multiplicador		
	16491			
	32982			
Producto	346311		5497	Multiplicando
	16491		63	Multiplicador.
	0000			

Segundo exemplo.

5497 Multiplicando
63 Multiplicador

16491
32982

Producto 346'311 | 63 Multiplicador.
313 | 5497 Multiplicando
611
441
00

Explicação

Tendo multiplicado 5497 por 63 e achado o producto 346311, para nos certificarmos da exactidão deste resultado dividimos esse producto pelo multiplicando 5497 para achar o multiplicador 63 como se vê no 1.º exemplo, ou dividimos o mesmo producto pelo multiplicador 63 para achar o multiplicando 5497, como se vê no 2.º exemplo.

P. Porque razão dividindo-se um producto por um de seus factores se acha o outro factor ?

R. Porque pela divisão se desfaz o que se fez pela multiplicação, isto é, dado um producto e um de seus factores se acha o outro factor.

P. Porque razão multiplicando-se o quociente pelo divisor se acha o dividendo ?

R. Porque pela multiplicação se refaz o que se desfez pela divisão, isto é, dados dous factores se acha o producto delles.

SIGNAES POR MEIO DOS QUAES SE INDICÃO AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAES DA ARITHMETICA

P. Qul é o signal por meio do qual se indica a addição ?

R. A addição indica-se por meio do signal + *mais*.

P. Como se indica a addição por meio do signal + ?

R. Indica-se a addição por meio do signal + pondo-se este signal entre as quantidades que devem ser reunidas como 9+8 que quer dizer 9 mais 8, ou 9 sommado com 8-

P. Qual é o signal por meio do qual se indica a subtracção?

R. A subtracção indica-se por meio do signal —*menos*.

P. Como se indica a subtracção por meio do signal—?

R. Indica-se a subtracção por meio do signal —pondo-se este signal entre as quantidades que devem ser subtrahidas como 9—8 que quer dizer 9 menos 8, ou 9 diminuido de 8.

P. Qual è o signal por meio do qual se indica a multiplicação ?

R. A multiplicação indica-se por meio dos signaes × ou . que se pronuncião *multiplicado por*.

P. Como se indica a multiplicação por meio dos signaes × ou . ?

R. indica-se a multiplicação por meio dos signaes × ou . pondo qualquer delles entre os numeros que devem ser multiplicados, como 9 × 8 ou 9. 8 que quer dizer 9 multiplicado por 8.

P. Qual é o signal por meio do qual se indica a divisão ?

R. A divisão indica-se por meio do signal : que se pronuncia *dividido por.*

P. Como é que se indica a divisão por meio do signal : ?

R. Indica-se a divisão por meio do signal : pondo este signal entre o dividendo e o divisor como 9 : 8 que quer dizer 9 dividido por 8.

P. E não se costuma indicar a divisão ainda de outro modo ?

R. Indica-se ainda a divisão escrevendo o dividendo e o divisor em forma de fracção, como $\frac{9}{8}$ ou 9/8 que quer dizer, como acima, 9 dividido por 8.

P. E não se indica tambem a igualdade de duas quantidades por meio de um signal particular ?

R. A igualdade de duas quantidades indica-se por meio do signal = que se pronuncia *igual à* como $9 + 8 = 17$, que quer dizer 9 mais 8 igual a 17.

P. E com que signal se indica a desigualdade de duas quantidades ?

R. Indica-se a desigualdade de duas quantidades pondo-se entre ellas o signal < que se pronuncia *maior ou menor que* ; ficando a abertura delle voltada para a quantidade maior, bem como $9 < 7$ que quer dizer 9 maior que 7, ou ainda $7 < 9$ que quer dizer 7 menor que 9.

APPLICAÇÃO DAS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAES DA ARITHMETICA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS SOBRE NUMEROS INTEIROS.

P. Que se entende por um problema?

R. Entende-se por problema em geral toda a questão na qual se procura determinar uma quantidade, ou outra qualquer cousa que não é conhecida.

P. Que se entende por um problema arithmetico?

R. Um problema arithmetico é uma questão na qual se procura determinar um ou mais numeros desconhecidos por meio de outros, dados no enunciado da mesma questão, ou conhecidos de outros modos.

P. Como se dividem ésses problemas?

R. Os problemas arithmeticos dividem-se em simples e compostos.

P. Quando é que um problema se pode dizer simples?

R. Quando para sua solução basta effectuar-se uma só operação.

P. E quando se póde dizer composto?

R. Quando para sua solução é preciso effectuar-se duas ou mais operações.

P. E a que é que se chama resolver um problema?

R. Resolver um problema é determinar a quantidade que nelle se procura.

P. Quaes são os problemas que podem ser resolvidos somente pela addição?

R. Todos aquelles em que para determinar a quantidade procurada basta reunir muitos numeros em um só.

P. E quaes são os que podem ser resolvidos somente pela subtracção?

R. Todos aquelles em que para determinar-se essa quantidade basta tirar-se um numero de outro.

P. E Quaes são os que podem ser resolvidos somente pela multiplicação?

R. Todos aquelles em que a determinação da quantidade procurada só depende de repetir-se um numero muitas vezes, o que tem lugar sempre que se dá o preço, valor, pezo, medida, extensão, etc., da unidade e se procura o da quantidade.

P. E quaes são os problemas que podem ser resolvidos somente pela divisão?

R. Todos aquelles em que a determinação da quantidade procurada só depende de dividir-se um numero em partes iguaes, o que tem lugar sempre que se dá o preço, valor, peso, medida, extensão, & da quantidade, e se procura o da unidade.

PROBLEMAS SIMPLES

Primeiro problema

Nosso Senhor Jesus Christo nasceu no anno 4004 da creação do mundo e foi morto tendo 33 annos de idade, em que anno da creação do mundo teve lugar a sua morte?

Solução

Tendo nascido Nosso Senhor Jesus-Christo no anno 4004 da creação do mundo e tendo sido morto na idade de 33 annos, é claro que para achar-se o anno da creação em que teve lugar a sua morte basta ajuntar se o numero que marca o anno da creação do mundo em que elle nasceu (4004) com o numero que marca a idade em que morreu (33).

Segundo problema

O Brazil foi descoberto por Pedro Alvares Cabral no anno de 1500 do nascimento de Nosso Senhor Jesus Christo ; Nosso Senhor nasceu no anno 4004 da creação do mundo, em que anno da creação foi descoberto o Brazil ?

Solução

Tendo sido descoberto o Brazil no anno 1500 do nascimento de Nosso Senhor Jesus Christo e tendo este nascido no anno 4004 da creação do mundo, é claro que para achar-se o anno da creação do mundo em que foi descoberto o Brazil, basta ajuntar-se o numero que marca o anno da creação em que Nosso Senhor Jesus-Christo nasceu (4004), com o numero que marca o anno da era christã em que teve lugar o descobrimento do Brazil (1500).

Terceiro problema

O Brazil foi descoberto no anno 1500 de Nosso Senhor Jezus Christo e proclamou a sua independencia no anno 1822, quantos annos existio o Brazil como colonia de Portugal ?

Solução

Tendo sido descoberto o Brazil em o anno 1500 da era christã, e tendo proclamado a sua independencia no anno 1822 dessa mesma era, é claro que para achar-se quantos annos, existio sem ser independente, por outra, como colonia de Portugal, basta tirar-se o numero que marca o anno de seu descobrimento (1500) do numero que marca o anno de sua independencia (1822).

Quarto problema

P. Em que anno da creação do mundo proclamou o Brazil a sua independencia, sendo certo que o fez no anno 1822 de Nosso Senhor Jesus Christo e que Nosso Senhor nasceu no anno 4004 da creação do mundo?

Solução

Tendo o Brazil proclamado a sua independencia em o anno 1822 da era christã e tendo essa era começado no anno 4004 da creação do mundo, é claro que para achar-se em que anno da creação proclamou o Brazil a sua independencia basta ajuntar-se o numero que marca o anno da creação em que começou a era christã (4004) com o numero que marca o anno desta era em que o Brazil se tornou independente (1822).

Quinto poblema

O Sr. D. Pedro I foi proclamado 1.° imperador do Brazil no anno 1822 e abdicou a corôa no Sr. D. Pedro II no anno de 1831, quantos annos durou o seu reinado?

Solução

Tendo sido proclamado o Sr. D Pedro I imperador do Brazil em o anno de 1822 e tendo abdicado a corôa no Sr. D. Pedro II em o anno de 1831, é claro que para achar-se quantos annos durou o seu reinado basta tirar-se o numero que marca o anno em que foi proclamado (1822) do numero que marca o anno em que abdicou (1831.)

Sexto problema

Em que anno da creação do mundo abdicou o Sr. D. Pedro I a corôa no S. D. Pedro II, sendo certo que o fez no anno 1831 de Nosso Senhor Jesus Christo e que Nosso Senhor Jesus Christo nasceu no anno 4004 da creação do mundo?

Solução

Tendo o Sr. D. Pedro I abdicado em o anno 1831 da era christã e tendo começado esta era no anno 4004 da creação do mundo, é claro que para achar-se em que anno da creação do mundo abdicou o Sr. D. Pedro I a corôa no Sr. D. Pedro II basta reunir-se o numero que marca o anno da era christã em que teve lugar a sua abdicação (1831) com o numero que marca o anno da creação do mundo em que essa era começou (4004).

Septimo problema

O S. D. Pedro II foi proclamado imperador do Brazil no anno de 1831 tendo nascido no anno de 1825, que idade tinha elle quando succedeu a seu Pae?

Solução

Tendo sido o Sr. D. Pedro II proclamado imperador do Brazil em o anno de 1831, e tendo nascido em o anno de 1825, é claro que para achar-se que idade tinha quando succedeu a seu Pae, basta tirar-se o numero que marca o anno de seu nascimento (1825) do numero que marca o anno de sua elevação ao throno (1831).

Oitavo problema

Um artista economico e previdente reserva todos os dias duas patacas do salario que recebe, quantas patacas tèra elle reservado no fim do anno, tendo trabalhado 300 dias?

Solução

Reservando esse artista duas patacas do salario que recebe cada dia, é claro que em 2 dias terá reservado 2 vezes duas patacas, em 3 dias tres vezes duas patacas, etc.; conseguintemente para achar-se quantas patacas terá reservado no fim do anno tendo trabalhado 300 dias, bastará repetir-se a quantia reservada cada dia (2 patacas) 300 vezes, isto é, tantas vezes quantos são os dias que trabalhou.

Nono problema

Sabendo-se que esse artista reserva do producto annual do seu trabalho a somma de 600 patacas, quantas patacas terá reservado no fim de 12 annos?

Solução

Reservando esse artista 600 patacas do producto annual do seu trabalho, é claro que no fim de 2 annos terá reservado duas vezes 600 patacas, etc.; conseguintemente que no fim de 12 annos terá reservado 12 vezes 600 patacas, isto é, 12 vezes o que reservava em um anno. (Nestes dous problemas da-se o preço da unidade isto é, a reserva de um dia ou de um anno e procura-se o da quantidade.)

Decimo problema

Tendo um artista reservado 600 patacas do seu salario annual, quantas patacas reservava cada dia, sabendo-se que trabalhou 300 dias?

Solução

Assim como a reserva de 300 dias deve ser 300 vezes maior do que a reserva de um dia, assim a reserva de um dia deverá ser 300 vezes menor do que a reserva de 300 dias; portanto tendo o artista reservado 600 patacas em 300 dias, para achar-se quantas patacas reservava em cada dia, bastará dividir-se o numero das patacas reservadas (600) pelo numero dos dias de trabalho (300).

Decimo primeiro problema

Tendo esse artista reservado 7200 patacas do salario que recebeu em 12 annos, quantas patacas reservava por anno ?

Solução

Assim como a reserva de 12 annos deve ser 12 vezes maior do que a reserva de um anno assim a reserva de um anno deverá ser 12 vezes menor do que a reserva de 12 annos; portanto tendo o artista reservado 7200 patacas em 12 annos, para achar-se quantas patacas reservava em cada anno, bastará dividir-se o numero das patacas reservada (7200) pelo numero dos annos em que teve lugar essa reserva (12).

(Em ambos estes problemas da-se o preço, isto é, a reserva da quantidade, e procura-se o da unidade, o contrario do que se dá nos dous ultimos que a elles precedem).

Decimo segundo problema

Querendo esse artista reservar em 12 annos a somma de 9600 patacas para fundar um estabelecimento que tem em mente, quantas patacas deverá reservar em cada anno, e quantas em cada dia ?

Solução

Assim como sabendo-se o que elle reservava em um anno se teria o que deveria reservar em 12 annos, repetindo-se essa reserva 12 vezes, ou fazendo-a 12 vezes maior; assim sabendo-se o que elle quer reservar em 12 annos (9600 patacas) se terá o que deverá reservar em cada anno, fazendo-se essa somma 12 vezes menor, ou dividindo-a por 12, numero de annos que a reserva deve durar.

Do mesmo modo sabendo-se o que deverá elle reservar em cada anno para ter 9600 patacas em 12 annos, se terá o que deverá reservar em cada dia, dividindo-se a reserva de cada anno (800 patacas) pelo numero de dias de trabalho de cada anno (300).

PROBLEMAS COMPOSTOS

Decimo terceiro problema

Um fazendeiro vendeo 24 bois a preço de 50$ rs. cada um, vendeo mais 32 a preço de 48$000 rs. e vendeo mais 55 a preço de 45$000 rs., quantos bois tem vendido e que somma de dinheiro tem recebido por elles?

Solução

Como neste problema se procura saber duas cousas, isto é o numero de bois vendidos pelo fazendeiro e a somma de dinheiro por elle recebida, é claro que não pode ser resolvido por uma só operação como os precedentes.

Para achar-se o numero de bois vendidos pelo fazendeiro será preciso reunir aquelles que elle vendeo de cada vez, isto é $24+32+55$.

E para achar a somma de dinheiro por elle recebida, será preciso determinar-se primeiramente quanto recebeo por cada turma de bois que vendeo (multiplicando-se o preço de cada um pelo numero da turma, como jà foi explicado), tomando-se depois a somma desses productos.

Decimo quarto problema

Um mercador comprou 84 cavallos a preço de 90$000 rs. cada um e vendeo-os depois a preço de 104$000 rs. por cabeça, quanto ganhou elle neste negocio?

Solução

Para resolver-se este problema é preciso primeiramente achar-se quanto pagou o mercador pelos cavallos que comprou (multiplicando-se o preço de cada um (90$000) pelo numero delles (84), depois quanto recebeo vendendo esses mesmos cavallo (multiplicando-se 104$ por 84), e finalmente tomando-se a differença entre essas duas sommas.

Decimo quinto problema

Um agricultor teve de safra em um anno 4000 arrobas de assucar, 1000 arrobas de algodão e 1500 arrobas de café; o assucar foi vendido a 5$000 a arroba, o algodão a 11$000 e o café a 6$000. Para obter este resultado despendeu elle 32:000$000 rs. quanto foi o lucro liquido que teve?

Solução

Para determinar-se qual foi o lucro liquido desse agricultor é preciso achar-se primeiramente que quantia de dinheiro fez elle com o assucar, algodão e café que vendeo, conforme já acima fica explicado, e depois tomar-se a differença entre essa somma 40:000$000 e a quantia por elle despendida, 32:000$000 rs.

Decimo sexto problema

Um mercador comprou 25 barricas de farinha de trigo a 30$000 rs. cada uma, comprou mais 36 barricas a preço de 32$000 rs., finalmente comprou mais 48 barricas a preço de 28$000 rs : dessas barricas vendeo 17 a preço de 35$000, vendeo mais 40 a preço de 38$000, quantas barricas lhe restão e a como lhe está cada uma ?

Solução

Como neste problema se procura achar duas cousas, 1.º o numero de barricas de farinha que restão ao mercador ; 2.º o preço a que lhe está cada uma, será preciso proceder por partes, isto é será preciso determinar primeiramente uma destas quantidades e determinar depois a outra.

Para determinar o numero de barricas de farinha que restão ao mercador, será preciso achar primeiramente quantas barricas elle comprou (sommando os numeros 25 + 36 + 48), depois achar quantas vendeo, (sommando os numeros 17+40) e finalmente tomar a differença entre estas duas sommas.

Para determinar a quanto lhe sae cada uma das 52 barricas que lhe restão será preciso achar primeiramente quanto pagou pelas barricas que comprou, para o que se multiplicará 1.º—30$ (preço das primeiras barricas compradas) por 25 (numero dessas barricas), 2.º—32$000 (preço das segundas barricas) por 36 (numero dessas barricas), 3.º—28$000 (preço das terceiras barricas) por 48 (numero dessas barricas), tomando-se finalmente a somma de todos esses productos que é 3:246$000 rs.

Será preciso tambem achar-se quanto recebeo o mercador por todas as barricas que vendeo, para o que se multiplicará 1.º—35$000 (preço das primeiras barricas vendidas) por 17 (numero dessas barricas), 2.º—38$000 (preço das segundas barricas vendidas) por 40 (numero dellas), tomando-se a final a somma destes dous productos que é 2:115$000.

Agora conhecendo-se quanto pagou o mercador pelas barricas de farinha que comprara e quanto recebeo pelas que vendera, a differença entre estas duas sommas, será o custo das que lhe restão.

Para achar pois a como lhe está cada uma dessas barricas, bastará dividir o custo das mesmas (1:131$000) pelo numero dellas (52).

PROBLEMAS PARA EXERCICIO

17.º

O Sr. D. Pedro II succedeo a seu Pai no anno de 1831, quantos tem pois durado o seu reinado até ao presente?

18.º

A Constituição do Brazil foi jurada no anno de 1824, quantos annos conta ella presentemente?

19.º

O Brazil proclamou a sua independencia no anno de 1822, quantos annos ha que existe como Nação ?

20.º

A Constituição do Brazil jurada no anno de 1824 foi reformada em 1834, quantos annos durou ella sem modificação ?

21.º

O acto addicional que reformou a Constituição foi promulgado em 1834, quantos annos conta elle presentemente ?

22.º

Reservando um operario 400 rs. diarios do seu salario, o que dá 120$000 rs. por anno (calculando-se em 300 o numero de dias de trabalho nesse tempo), em quantos annos poderá elle reservar dinheiro bastante para comprar 4 cavallos de carga a 100$000 rs. cada um, um sitio de terras por 400$000 rs. e para fazer nesse sitio uma casa de madeira no valor de 400$000 rs. ?

23.º

E se esse operario podér reservar 200$000 rs. por anno quantos annos serão precisos para ter dinheiro bastante para fazer estas mesmas cousas... ?

24.º

E em quantos annos terá elle dinheiro bastante para comprar somente os quatro cavallos de carga ou o sitio de terras no valor de 400$ rs ?

25.º

Quanto deverà elle gastar por anno ou por dia para reservar 200$000 rs. tendo de salario 5 patacas ou 1$600 rs. diarios ?

26.º

Tendo-se comprado em uma loja 9 peças de madapolam a 11$000 rs. cada uma, 7 peças de bretanha a 14$000 rs. e 5 peças de chita a 13$ rs., quanto se deve pagar por toda a fazenda comprada ?

27.º

Um marchante comprou uma boiada de 120 bois a preço de 55$000 rs. cada um, deu por conta em dinheiro 1:500$000 rs., deu mais.... 1:750$000 rs., deu finalmente 1:280$000 rs., quanto resta elle ainda ?

28.º

Este mesmo marchante comprou outra boiada de 200 bois a preço de 52$000 rs. cada um, vendeu desses bois 50 a preço de 62$000 rs., e 74 a preço de 59$000 rs., quantos bois lhe restão, e a quanto lhe está cada um ?

29°

Um homem que tem de renda ou de ordenado 2:400$000 rs. por anno, quer reservar 400$000 rs. para o aluguel da casa em que mora, 300$ para roupa delle e de sua familia, e 200$000 rs. para os casos imprevistos, como doenças, quanto poderá elle gastar por dia, tendo o anno 365 dias?

30.°

P. E se este homem quizer reservar mais 360$000 annualmente para augmentar o seu capital, quanto deverá gastar por dia?

31.°

P. Se elle gastar somente por dia 2$000 rs. reservando as mesmas quantias acima para casa, roupa e doenças, de quanto augmentará annualmente o seu capital, e a quanto montará este no fim de 10 annos?

PARTE TERCEIRA

Do calculo das fracções e dos numeros fraccionarios

De quantos modos se augmenta uma fracção?

R. Augmenta-se uma fracção de dous modos, ou augmentando-se o seu numerador, ou diminuindo-se o seu denominador.

P. De quantos modos se diminue uma fracção?

R. Diminue-se uma fracção de dous modos, ou diminuindo-se o seu numerador, ou augmentando-se o seu denominador: $^3/_9$ é maior do que $^2/_9$, e é menor do que $^3/_7$.

P. Por que razão é $^3/_9$ maior do que $^2/_9$?

R. Porque contém tres partes, entretanto que $^2/_9$ só contém duas.

P. Porque razão $^3/_9$ é menor do que $^3/_7$?

R. Porque as partes de que se compõe a primeira fracção são menores do que as partes de que se compõe a segunda.

P. Como se sabe que as partes de que se compõe a fracção $^3/_9$ são menores do que as partes de que se compõe a fracção $^3/_7$?

R. Porque na primeira fracção a unidade está dividida em nove partes, entretanto que na segunda só o está em sete.

MUDANÇAS QUE SE PODEM FAZER NOS TERMOS DE UMA FRACÇÃO SEM SE LHE ALTERAR O VALOR

P. Quantas mudanças se podem fazer nos termos de uma fracção sem se lhe alterar o valor?

R. De dous modos se podem fazer mudar os termos de uma fracção, sem que ella mude de valor; isto é multiplicando-os ambos por um mesmo numero, ou dividindo-os ambos por um mesmo numero.

P. Porque é que multiplicando-se ou dividindo-se os dous termos de uma fracção por um mesmo numero ella não muda de valor?

R. Porque se o numero das partes de que ella se compõe fica duas, tres, quatro vezes maior no primeiro caso, e duas, tres, quatro vezes menor no segundo, a grandeza dessas partes fica duas, tres, quatro vezes menor no primeiro caso e duas, tres, quatro vezes maior no segundo, e essa alteração destroe a primeira.

P. Para que é que se multiplicão os dous termos de uma fracção pelo mesmo numero?

R. Para se poder reduzir á mesma denominação aquellas que teem denominadores differentes.

P. E para que se reduzem as fracções á mesma denominação?

R. Para comparal-as, e ver qual dellas é maior, ou para poder sommal-as e subtrahil-as.

P. Para que é que se dividem os dous termos de uma fracção pelo mesmo numero?

R. Para se apresentar a fracção debaixo de uma expressão mais simples.

P. E para que se apresenta uma fracção debaixo de uma expressão mais simples?

R. Para se poder fazer uma ideia mais clara do valor della.

REDUCÇÃO DAS FRACÇÕES A MESMA DENOMINAÇÃO

P. Como se reduzem duas fracções á mesma denominação?

R. Multiplicando ambos os termos de cada uma pelo denominador da outra.

Exemplo

$^3/_7$ $^2/_5$

$\frac{15}{35}$ $\frac{14}{35}$

Explicação

Querendo reduzir á mesma denominação as fracções $\frac{3}{7}$, e $\frac{2}{5}$ multiplicaremos os dous termos da primeira, que são 3 e 7, por 5, denomidor da segunda, o que dá $\frac{15}{35}$; e os dous termos da segunda, que são 2 e 5, por 7, denominador da primeira, o que dá $\frac{14}{35}$.

P. Como se reduzem muitas fracções á mesma denominação?

R. Multiplicando ambos os termos de cada uma pelo producto dos denominadores de todas as outras.

Primeiro exemplo

$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{5}{7}$

$\frac{126}{189}$ $\frac{84}{189}$ $\frac{135}{189}$

Explicação

Querendo reduzir á mesma denominação as

fracções $^2/_3$ $^4/_9$ $^5/_7$, multiplicaremos os dous termos da primeira, que são 2 e 3, por 63, producto de 9 e 7, denominadores das outras,, o que dá $\frac{126}{189}$; multiplicaremos depois os dous termos da segunda, que são 4 e 9, por 21, producto dos numeros 3 e 7, denominadores das outras, o que dá $\frac{81}{189}$; multiplicaremos finalmente os dous termos da terceira, que são 5 e 7, por 27, producto dos numeros 3 e 9, denominadores das outras, o que dá $\frac{135}{189}$.

Segundo exemplo

$$\frac{2}{3} \qquad \frac{4}{5} \qquad \frac{6}{7} \qquad \frac{8}{9}$$

$$\frac{630}{945} \qquad \frac{756}{945} \qquad \frac{810}{945} \qquad \frac{840}{945}$$

Explicação

Querendo reduzir á mesma denominação as fracções $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{8}{9}$, multiplicaremos os dous termos da primeira, que são 2 e 3, por 35, producto dos numeros 5, 7 e 9, denominadores das outras, o que dá $\frac{630}{945}$; multiplicaremos os dous termos da segunda, que são 4 e 5, por 189, producto dos numeros 3, 7 e 9, denominadores das outras, o que dá $\frac{756}{945}$; multiplicaremos os dous termos da terceira, que são 6 e 7, por 135, producto dos numeros 3, 5 e 9, denominadores das outras, o que dá $\frac{810}{945}$; multiplicaremos finalmente os dous termos da quarta, 8 e 9, por 105, producto dos numeros 3, 5 e 7, denominadores das outras, o que dá $\frac{840}{945}$.

P. Não se poderá achar em alguns casos um denominador commum mais simples do que dá esta regra ?

R. Póde achar-se um denominador commum mais simples ; porém somente quando os denominadores das fracções teem um divisor commum.

P. E como é que se procede neste caso ?

R. Quando o denominador de uma das fracções é divisivel pelos denominadores de todas as outras, multiplicão-se os dous termos de cada uma destas pelo quociente que resulta dessa divisão, e quando o maior dos denominadores não é divisivel por todos os outros, mas ha entre elles um divisor commum, procura-se o menor multiplo desse maior denominador que possa ser divisivel por todos os outros, e multiplicão-se os dous termos de cada uma pelo quociente que resulta dessa divisão.

Primeiro exemplo

$$\frac{5}{6} \qquad \frac{7}{18}$$

$$\frac{15}{18} \qquad \frac{7}{18}$$

Explicação

Querendo reduzir as duas fracções $^5/_6$ $^7/_{18}$ á mesma denominação, tomaremos o maior dos dous denominadores 18, e veremos se é divisivel pelo outro 6, e como seja, tomaremos o quociente 3, e multiplicaremos por elle os dous termos da fracção $^5/_6$ o que dá $\frac{15}{18}$.

Segundo exemplo

$$\frac{5}{6} \qquad \frac{7}{12} \qquad \frac{13}{18}$$

$$\frac{30}{36} \qquad \frac{21}{36} \qquad \frac{16}{36}$$

Explicação

Querendo reduzir as tres fracções $^5/_6$ $^7/_{12}$ $^{13}/_{18}$ á mesma denominação, tomaremos o maior dos denominadores, que é 18, e veremos se é divisivel exactamente por cada um dos outros, 6 e 12; e como o não seja, tomaremos o duplo de 18, que é 36, e veremos se 36 é divisivel por 12 e por 6, e como o seja, dividiremos 36 por 6 denominador da primeira fracção, e multiplicaremos os dous termos desta fracção por 6, quociente de 36 dividido por 6, o que dá $\frac{30}{36}$; depois dividiremos 36 por 12, denominador da segunda fracção e multiplicaremos os dous termos della por 3 quociente de 36 dividido por 12, o que dá $\frac{21}{36}$; dividiremos finalmente 36 por 18, denominador da terceira fracção, e multiplicaremos os dous termos della por 2, quociente de 36 dividido por 18, o que dá $\frac{26}{36}$; entretanto que pela regra geral o denominador commum seria 1296.

REDUCÇÃO DAS FRACÇÕES A EXPRESSÃO MAIS SIMPLES

P. Como se simplifica uma fracção?

R. Simplifica-se uma fracção dividindo ambos os seus termos, isto é o numerador e o denominador, por um mesmo numero.

Exemplo

$$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

Explicação

Querendo simplificar a fracção $\frac{12}{18}$, dividiremos tanto o seu numerador 12, como o seu denominador 18 por 6; o que dá $\frac{2}{3}$.

P. Se os termos da fracção forem numeros consideraveis, como havemos de simplifical-a?

R. Dividiremos esses termos por 2 em quanto for possivel, depois por 3, depois por 5, depois por 7, depois por 11, e em geral por todos os numeros primos.

Exemplo

$$\frac{2016}{5796}=\frac{1008}{2898}=\frac{504}{1449}=\frac{168}{483}=\frac{56}{161}=\frac{8}{23}.$$

Explicação

Querendo simplificar a fracção $\frac{2016}{5796}$, dividiremos ambos os termos della por 2, e teremos $\frac{1008}{2898}$.

Depois tornaremos a dividir por 2 ambos os termos desta segunda, e teremos $\frac{504}{1449}$.

E porque não se pode mais dividir por 2 os termos desta terceira expressão, dividil-os-hemos por 3, e teremos $\frac{168}{483}$.

Tornaremos a dividir por 3 os dous termos desta quarta expressão, e teremos $\frac{56}{161}$.

E não podendo mais dividir por 3 nem por 5, dividiremos por 7, e teremos $\frac{8}{23}$ que não admitte mais simplificaçào.

P. E não será possivel achar-se logo de uma vez a expressão mais simples que uma fracção pode ter?

R. Acha-se de uma só vez a expressão mais simples que uma fracção pode ter, dividindo os dous termos della pelo seu maior divisor commum.

P. Que se entende pelo maior divisor commum de dous numeros?

R. Entende-se pelo maior divisor commum de dous numeros o maior numero, que pode dividir ao mesmo tempo a um e outro, assim 8 é o maior commum divisor entre 24 e 40, porque é o maior numero que pode dividir ao mesmo tempo a ambos estes numeros.

P. E como se acha o maior commum divisor de dous numeros?

R. Acha-se o maior commum divisor de dous numeros, dividindo o maior delles pelo menor, se a divisão se faz exactamente, esse divisor é o maior commum divisor procurado; se porém ha um resto, divide-se o numero menor que servira de diviso na primeira divisão pelo resto dessa operação, se a divisão se faz exactamente, este ultimo divisor é o maior commum divisor que os dous numeros podem ter; se porém acha-se ainda um segundo resto, divide-se o primeiro resto, isto é, o que deu a primeira divisão, pelo segundo, este segundo pelo terceiro, e assim por diante até que se ache um quociente exacto, o ultimo divisor será o maior divisor commum procurado,

Primeiro exemplo

5796 — 2016

$$\begin{array}{r|l} 5796 & 2016 \\ \cline{2-2} 1764 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2016 & 1764 \\ \cline{2-2} 252 & 1 \end{array}$$

```
1764 | 252   maior commum divisor
000    7
```

Explicação

Divide-se primeiramente 5796 por 2016, e como esta divisão não se faz exactamente, antes deixa o resto 1764, divide-se o numero que nella servio de divisor 2016 pelo resto por ella dado 1764, e como ainda esta nova divisão não se faz exactamente, antes deixa o resto 252, divide-se o numero 1764, resto da primeira divisão e que servira de divisor na segunda divisão pelo resto que esta dera, 252, e como neste caso a divisão não deixa mais resto algum pois que, se faz exactamente, conclue-se que este ultimo é o maior commum divisor que os dous numeros 5796 e 2016 podem ter.

Segundo exemplo

423—235

```
423 | 235
188    1

235 | 188
 47    1

188 | 47 Maior commum divisor.
 00   4
```

Explicação

Querendo achar o maior commum divisor

dos numeros 235 e 423, dividiremos o maior 423 pelo menor 235; dividiremos depois o menor 235 por 188, resto da divisão; dividiremos 188, resto da primeira divisão, por 47, resto da segunda divisão; e como a operação se faz exactamente, este ultimo divisor 47 é o maior commum divisor procurado.

Terceiro exemplo

840—945

945 | 840
105   1

840 | 105 Maior commum divisor
000   8

P. Como reduziremos a fracção $\frac{143}{627}$ á sua expressão mais simples?

R. Dividindo ambos os termos por 13, o maior commum divisor que elles podem ter, o que dá $\frac{11}{49}$.

P. Que se entende por numero primo?

R. *Numero primo* é aquelle que só póde ser dividido por si, ou pela unidade; bem como 3, 5, 7.

P. O numero 17 será primo?

R. O numero 17 é primo, porque só póde ser dividido por 17 e por 1.

P. O numero 15 será primo?

R. Não; porque além de ser divisivel por 15 e por 1, é divisivel por 3 e por 5.

R. Como se conhece que um numero é divisivel por 2?

R. E' divisivel por 2 todo o numero que termina á direita por um dos algarismos 0, 2, 4, 6, 8; bem como 30, 42, 24, 56, 98.

P, Como se conhece que um numero é divisivel por 5 ?

R. E' divisivel por 5 todo o numero que termina á direita por um dos algarismos 0 ou 5; como 45—60

P. Como se conhece que um numero é divisivel por 3 ?

R. E' divisivel por 3 todo o numero cujos algarismos sommados dão 3 ou um multiplo de 3; bem como 12, 15, 147.

P. Como se conhece que um numero é divisivel por 9 ?

R. E' divisivel por 9 todo o numero cujos algarismos sommados dão 9, ou um multiplo de 9 ; bem como 27, 378.

P. Como se conhece que um numero é divisivel por 11 ?

R. E' divisivel por 11 todo o numero em que os algarismos das casas impares, as quaes são a 1.ª, 3.ª, 5.ª, 7.ª, 9.ª, etc., fazem uma somma igual á dos algarismos das casas pares, as quaes são, a 2.ª, a 4.ª, a 6.ª, a 8.ª, etc. ; ou tambem desigual com tanto que a differença das duas sommas seja 11 ou multiplo de 11 ; bem como 132, 89452, 8452719. Nos dous primeiros a somma das casas pares é igual á somma das casas impares ; no terceiro a somma das casas pares, 29, excede á somma das casas impares, que é 7 ; mas a differença destas sommas, que é 22, é um multiplo de 11.

P. E como se chamão os numeros que são divisiveis por 2 ?

R. Os numeros que são divisiveis exactamente por 2 chamão-se numeros pares.

P. E os que não são divisiveis por 2, como se chamão ?

R. Chamão-se impares.

P. O numero 8 é par ou impar?

R. E' par; porque é divisivel exactamente por 2.

P. E o numero 9?

R. E' impar; porque não é divisivel exactamente por 2.

P. E quaes são os primeiros numeros pares?

R. Os primeiros numeros pares são:—2—4—6—8—10—12—14—16—18—20, etc.

P. E quaes são os primeiros numeros impares?

R. Os primeiros numeros impares são:—3—5—7—9—11—13—15—17—19 etc.

P. E os primeiros numeros primos quaes são?

R. Os primeiros numeros primos são:—2—3 5—7—11—13—17—19—23—29, etc.

P. E a que é que se chama numeros primos entre si?

R. Numeros primos entre si são aquelles que não tem divisor commum, como por exemplo 8 e 9.

P. Os numeros 18 e 25 serão primos entre si?

R. São; porque não tem divisor commum, isto é, porque não ha numero que divida exactamente a 18, e que divida tambem a 25.

P Os numeros 18 e 24 serão primos entre si?

R. Não; porque ambos são divisiveis já por 2, já por 3, já por 6.

P. E como se simplifica uma fracção cujo numerador e denominador são primos entre si?

R. Uma fracção cujo numerador e cujo denominador são primos entre si não pode ser simplificada.

P. E como se chama a fracção que não pode ser simplificada?

R. Uma fracção que não pode ser simplificada se diz irreduzivel ou irreductivel.

P. E a fracção $^{15}/_{16}$ será irreduzivel ou irreductivel?

R. E', sim; porque não tendo seus termos, 15 e 16, nenhum divisor commum, ella não póde ser simplificada.

ADDIÇÃO DAS FRACÇÕES

P. Como se sommão as fracções?

R. Quando ellas tem o mesmo denominador sommão-se os numeradores e por baixo desta somma escreve-se o denominador commum; quando tem denominadores differentes, é preciso primeiramente reduzi-las á mesma denominação para depois sommal-as.

Primeiro exemplo

$$\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{7}{9}$$

Segundo exemplo

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$$

ou

$$\frac{15}{20}+\frac{8}{20}=\frac{23}{20}$$

Explicação

Para sommar as fracções do primeiro exemplo, como ellas tem o mesmo denominador, basta sommar os numeradores, 2 e 5, e escrever por baixo da somma o denominador commum 9, assim teremos $\frac{7}{9}$: para sommar as do segundo é preciso primeiramente reduzil-as á mesma denominação, o que dá $\frac{15}{20}$ $\frac{8}{20}$; sommar depois os numeradores, 15 e 8, o que dá 23, e dar a esta somma o denominador commum ás duas fracções: deste modo $\frac{23}{20}$.

P. Que quer dizer $\frac{23}{20}$?

R. Quer dizer 23 partes taes que 20 dellas formão uma unidade.

P. Esta quantidade $\frac{23}{20}$ é tambem uma fracção ?

R. Não; porque ella é maior que a unidade.

P. Como se chama esta quantidade ?

R. Chama-se uma *expressão fraccionaria.*

P. O que distingue estas quantidades das fracções ?

R. E' que ellas se compõem de unidades e de partes de unidade.

P. Como se conhece que ha unidades em uma expressão fraccionaria ?

R. Ha unidades em uma expressão quando o seu numerador é maior que o denominador.

P. Como se extraem os inteiros de uma expressão fraccionaria ?

R. Dividindo o numerador pelo denominador, o quociente mostra o inteiro, e o resto (se o ha), posto em forma de fracção, ajunta-se ao quociente achado.

Exemplo

$$\frac{29}{8} = 3\frac{5}{8}$$

Explicação

Querendo extrahir os inteiros da expressão $\frac{29}{8}$, dividiremos 29 por 8, o quociente 3 mostra o inteiro, e o resto 5, posto em forma de fracção se ajunta ao quociente achado: deste modo $3\frac{5}{8}$.

P. Como se extraem os inteiros da expressão $\frac{59}{7}$?

R. Dividindo 59 por 7, o que dá $8\frac{3}{7}$.

P. Como se sommão inteiros acompanhados de fracção?

R. Sommando primeiramente as fracções, e depois os inteiros.

Primeiro exemplo

$$6\tfrac{2}{5}+4\tfrac{6}{7}=(\tfrac{2}{5}+\tfrac{6}{7})+(6+4)=(\tfrac{14}{35}+\tfrac{30}{35})+10$$

$$=\tfrac{44}{35}+10=1\tfrac{9}{35}+10=11+\tfrac{9}{35}$$

Explicação

Querendo sommar $6\frac{2}{5}$ com $4\frac{6}{7}$ somaremos primeiramente $\frac{2}{5}$ com $\frac{6}{7}$, o que dà $\frac{44}{35}$, e extrahindo os inteiros, $1\frac{9}{35}$, escreveremos sómente a fracção $\frac{9}{35}$, e ajuntaremos o inteiro 1 com 4 e 6, o que dà $11\frac{9}{35}$.

Segundo exemplo

$$9\tfrac{7}{8}+2\tfrac{4}{5}+5\tfrac{1}{6}=(\tfrac{7}{8}+\tfrac{4}{5}+\tfrac{1}{6})+(9+2+5)=\tfrac{210}{240}$$

$$+\tfrac{192}{240}+\tfrac{40}{240}+16=\tfrac{442}{240}+16=16+1\tfrac{202}{240}=17\tfrac{202}{240}$$

Explicação

Querendo sommar $9\frac{7}{8}+2\frac{4}{5}+5\frac{1}{6}$, sommaremos primeiramente as fracções $\frac{7}{8}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{6}$ o que dá $\frac{442}{240}$; extrahindo os inteiros, teremos $1\ \frac{202}{240}$, e ajuntando o inteiro 1 com os outros 9, 2, 5, acharemos $17\ \frac{202}{240}$.

SUBTRACÇÃO DAS FRACÇÕES

P. Como se subtraem fracções?

R. Quando ellas teem o mesmo denominador, subtraem-se os numeradores, e dá-se ao resto o mesmo denominador; quando tem denominadores differentes, reduzem-se primeiramente á mesma denominação para subtrahil-as depois.

Primeiro exemplo

$$\frac{8}{9} - \frac{3}{9} = \frac{2}{9}$$

Segundo exemplo

$$\frac{6}{7} - \frac{2}{3} = \frac{18}{21} - \frac{14}{21} = \frac{4}{21}$$

Explicação

Querendo subtrahir as fracções do primeiro exemplo, como ellas teem o mesmo denominador, deveremos subtrahir os numeradores, isto é, deveremos tirar 5 de 8, e ao resto 3 dar o mesmo denominador 9, deste modo $\frac{2}{9}$; querendo porém subtrahir as outras, é preciso reduzil-as primeiramente á mesma denominação, o que dá $\frac{18}{21}$ $\frac{14}{21}$; e subtrahindo os numeradores, e dando ao resto o mesmo denominador, teremos $\frac{4}{21}$.

P. Se ha inteiros acompanhados de fracção, como se effectua a subtracção?

R. Subtraem-se primeiramente as fracções e depois os inteiros.

Primeiro exemplo

$$9\tfrac{5}{6}-2\tfrac{3}{7}=9\tfrac{35}{42}-2\tfrac{18}{42}=(9-2)+\left(\tfrac{35}{42}-\tfrac{18}{42}\right)=7+\tfrac{17}{42}.$$

Explicação

Querendo tirar $2\frac{3}{7}$ de $9\frac{5}{6}$, deveremos tirar primeiramente $\frac{3}{7}$ de $\frac{5}{6}$; para isto devemos reduzir estas fracções á mesma denominação, o que dá $\frac{18}{42}$ $\frac{35}{42}$; subtrahindo depois os numeradores 18 e 35, e dando ao resto 17 o denominador commum 42, teremos $\frac{17}{42}$; tirando depois 2 de 9, acharemos para resultado $7\frac{17}{42}$.

Segundo exemplo

$$9\tfrac{2}{3}-5\tfrac{6}{7}=9\tfrac{14}{21}-5\tfrac{18}{21}=(9-5)+\left(\tfrac{14}{21}-\tfrac{18}{21}\right)=4+\left(\tfrac{14}{21}-\tfrac{18}{21}\right)=3+\left(\tfrac{35}{21}-\tfrac{18}{21}\right)=3\tfrac{17}{21}.$$

Explicação

Querendo tirar $5\frac{6}{7}$ de $9\frac{2}{3}$, deveremos tirar $\frac{6}{7}$ de $\frac{2}{3}$; para isto é preciso reduzir estas fracções á mesma denominação, o que dá $\frac{18}{21}$ $\frac{14}{21}$; então teremos que tirar $\frac{18}{21}$ de $\frac{14}{21}$, o que não pode ser; neste caso toma-se uma unidade ao inteiro 9, ajunta-se esta unidade á fracção, $\frac{14}{21}$, multiplicando-a por 21, denominador desta fracção, sommando o producto com 14, numerador da mesma fracção, e dando a esta somma o mesmo denominador, o que dá $\frac{35}{21}$; então teremos que tirar $\frac{18}{21}$ de $\frac{35}{21}$ acharemos para resto $\frac{17}{21}$; depois tiraremos 5 de 8, pois de 9 já havemos tirado uma unidade, e teremos para resultado final $3\frac{17}{21}$.

MULTIPLICAÇÃO DAS FRACÇÕES

P. De quantos modos se póde multiplicar uma fracção por um inteiro?

R. De dous modos se multiplica uma fracção; ou multiplicando o seu numerador, ou dividindo o seu denominador.

Exemplo

$$\frac{5}{8} \times 4 = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2\frac{4}{8} = 2\frac{1}{2}$$

Esplicação

Se quizermos multiplicar a fracção $\frac{5}{8}$ por 4, multiplicaremos o seu numerador 5 por 4, sem alterar o denominador, o que dá $\frac{20}{8}$, ou então dividiremos o denominador 8 por 4 sem alterar o numerador, o que dá $\frac{5}{2}$.

P. Como se multiplica um inteiro por uma fracção?

R. Para multiplicar um inteiro por uma fracção é preciso multiplicar o inteiro pelo numerador da fracção, e dar ao producto o denominador da mesma fracção.

Exemplo

$$7 \times \frac{3}{5} = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5}$$

Explicação

Querendo multiplicar 7 por $\frac{3}{5}$, multiplicaremos 7 por 3, e escreveremos por baixo do producto 21 o denominador da fracção, 3, o que dá $\frac{21}{3}$.

P. Como se multiplica uma fracção por outra fracção ?

R. Para multiplicar uma fracção por outra fracção é preciso multiplicar o numerador de uma pelo da outra, e escrever por baixo deste producto o producto dos denominadores.

Exemplo

$$\frac{2}{3} \times \frac{7}{9} = \frac{14}{27}$$

Explicação

Querendo multiplicar $\frac{2}{3}$ par $\frac{7}{9}$ multiplicaremos 2 por 7, e por baixo do producto 14 escreveremos o producto dos denominadores, 3 e 9, o que dá $\frac{14}{27}$.

P. Como se multiplicão inteiros acompanhados de fracção ?

R. Para multiplicar inteiros acompanhados de fracção é preciso primeiramente reduzir os inteiros a fracção, e depois multiplicar as fracções resultantes.

P. Como se reduz um inteiro a fracção ?

R. Multiplicando o inteiro pelo denominador da fracção, sommando o producto com o numerador, e dando á somma o mesmo denominador.

Primeiro exemplo

$$7\frac{3}{4} = \frac{31}{4}$$

Explicação

Tendo $7\frac{2}{5}$, e querendo reduzir tudo a quintos, multiplicaremos o inteiro 7 por 5, denominador da fracção, sommaremos o producto 35 com o numerador da fracção, dando a essa somma o denominador da mesma fracção, assim teremos $\frac{37}{5}$.

EXEMPLOS DA MULTIPLICAÇÃO DE INTEIROS ACOMPANHADOS DE FRACÇÃO

Primeiro exemplo.

$$2\tfrac{3}{4} \times 7\tfrac{5}{6} = \tfrac{11}{4} \times \tfrac{47}{6} = \tfrac{517}{24} = 21\tfrac{13}{24}$$

Explicação.

Querendo multiplicar $2\frac{3}{4}$ por $7\frac{5}{6}$, reduziremos primeiramente os inteiros 2 e 7 a fracção, o que dá $\frac{11}{4}$ e $\frac{47}{6}$, multiplicaremos os numeradores 11 e 47 um pelo outro, e escreveremos por baixo do producto 517 o producto dos denominadores 4 e 6, deste modo teremos $\frac{517}{24}$.

Segundo exemplo.

$$5\tfrac{2}{3} \times 2\tfrac{4}{7} = \tfrac{17}{3} \times \tfrac{18}{7} = \tfrac{17 \times 18}{3 \times 7} = \tfrac{306}{21} = 14\tfrac{12}{21} = 14\tfrac{4}{7}.$$

Explicação

Querendo multiplicar $5\frac{2}{3}$ por $2\frac{4}{7}$; reduziremos primeiramente o inteiro 5 a fracção, o que dá $\frac{17}{3}$; reduziremos depois o inteiro 2 tambem a fracção, o que dá $\frac{18}{7}$; multiplicaremos depois $\frac{17}{3}$ por $\frac{18}{7}$, o que se effectua multiplicando 17 por 18, e 3 por 7, e escrevendo o segundo producto por baixo do primeiro, deste modo $\frac{306}{21}$.

P. O que se entende por fracção de fracção ?

R. Chama-se fracção de fracção o producto de duas ou mais fracções.

DIVISÃO DAS FRACÇÕES

P. De quantos modos se póde dividir uma fracção por um inteiro ?

R. De dous modos se póde dividir uma fracção ; ou dividindo o seu numerador sem alterar o seu denominador, ou multiplicando o seu denominador sem alterar o numerador.

Exemplo

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{2}{9} = \frac{8}{36}$$

Explicação.

Querendo dividir a fracção $\frac{8}{9}$ por 4, dividiremos o numerador 8 por 4, e por baixo do quociente 2 escreveremos o denominador 9, e teremos $\frac{2}{9}$; ou então multiplicaremos o denominador 9 por 4, conservando o mesmo numerador, e teremos $\frac{8}{36}$.

P. Como se divide um inteiro por uma fracção ?

R. Para dividir um inteiro por uma fracção è preciso multiplicar o inteiro pelo denominador da fracção e dar para denominador deste producto o numerador da mesma fracção.

Exemplo

$$9 : \frac{2}{7} = \frac{63}{2} = 31\frac{1}{2}$$

Explicação

Querendo dividir 9 por $\frac{2}{7}$, multiplicaremos 9 por 7, e por baixo do producto 63 escreveremos o numerador 2, deste modo $\frac{63}{2}$.

P. Como se divide uma fracção por outra?

R. Para dividir uma fracção por outra é preciso multiplicar a fracção dividendo pela fracção divisor invertida.

Primeiro exemplo.

$$\frac{3}{5} : \frac{4}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$$

Explicação

Querendo dividir $\frac{3}{5}$ por $\frac{4}{7}$, inverteremos o divisor $\frac{4}{7}$, passando o que era numerador para denominador, e o que era denominador para numerador, o que dá $\frac{7}{4}$, e multiplicaremos $\frac{3}{5}$ por $\frac{7}{4}$, o que dá $\frac{21}{20}$; ou então multiplicaremos 3, numerador da primeira, por 7, denominador da segunda, e escreveremos por baixo do resultado o producto de 5, denominador da primeira, por 4, numerador da segunda.

Segundo exemplo.

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{14}{12} = 1\frac{2}{12} = 1\frac{1}{6}$$

Explicação

Querendo dividir $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{7}$ multiplicaremos 2, numerador da primeira fracção, por 7, denominador da segunda, e 3, denominador da primeira, por 4, numerador da segunda, escrevendo o segundo producto 12 debaixo do primeiro 14, deste modo $\frac{12}{14}$.

P. Havendo inteiros acompanhados de fracções como se dividem ?

R. Para dividir inteiros acompanhados de fracção é preciso primeiramente reduzir os inteiros a fracção, e dividir depois as fracções resultantes.

Primeiro exemplo

$$7\tfrac{2}{3} : 9\tfrac{4}{5} = \tfrac{23}{3} : \tfrac{49}{5} = \tfrac{23}{3} \times \tfrac{5}{49} = \tfrac{115}{147}$$

Explicação

Querendo dividir $7\frac{2}{3}$ por $9\frac{4}{5}$, reduziremos primeiramente os inteiros a fracção, o que dá $\frac{23}{3}$ $\frac{49}{5}$, então teremos que dividir $\frac{23}{3}$ por $\frac{49}{5}$; o que se effectua multiplicando 23, numerador da primeira, por 5, denominador da segunda, e 3, denominador da primeira, por 49, numerador da segunda, escrevendo o segundo producto 147 por baixo do primeiro 115 : deste modo $\frac{115}{147}$.

Segundo exemplo

$$5\tfrac{9}{24} : 3\tfrac{8}{17} = \tfrac{129}{24} : \tfrac{59}{17} = \tfrac{129}{24} \times \tfrac{17}{59} = \tfrac{2193}{1416} = 1\tfrac{777}{1416}$$

Explicação

Querendo dividir $5\frac{9}{24}$ por $3\frac{8}{17}$, reduziremos primeiramente os inteiros a fracção, o que dá $\frac{129}{24}$ $\frac{59}{17}$, e para dividir estas fracções multiplicaremos 129, numerador da primeira, por 17, denominador da segunda, e 24, denominador da primeira por 59, numerador da segunda, escrevendo o segundo producto 1416 debaixo do primeiro 2193 : deste modo $\frac{2193}{1416}$.

FRACÇÕES DECIMAES

P. Como se escrevem as fracções decimaes ?

R. Do mesmo modo que os numeros inteiros, collocando porém seus algarismos não mais á esquerda da unidade, porém á direita desta, separando-os por uma virgula.

P. Como se escreve nove unidades e sete decimas ?

R. Assim : 9,7.

P. Como se eecreve oito unidades e cinco millesimas ?

R. Assim : 8,005.

P. Porque razão se escrevem as millesimas na terceira casa á direita das unidades ?

R. Porque são partes mil vezes menores que ellas.

P. E se o numero não contiver unidades como se escreverá ?

R. Pondo uma cifra na casa dellas.

P. Como se escreve trinta e sete millionesimas ?

R. Assim : 0,000037.

P. Porque razão se escrevem as millionesimas na sexta casa á direita das unidades ?

R, Porque são partes um milhão de vezes menores que ellas.

P. Como se lêem as fracções decimaes ?

R. Lêem-se como se fossem inteiros, accrescentando-se no fim a denominação de suas partes respectivas.

P. Como se lê 0,9?
R. Lê-se nove decimas.
P. Como se lê 0,085?
R. Lê-se oitenta e cinco millesimas.
P. Como se lê 0,0307?
R. Lê-se trezentos e sete decimas millesimas.
P. Porque razão se lê decimas no primeiro exemplo?
R. Porque só ha uma casa decimal.
P. Porque razão se lê millesimas no segundo exemplo?
R. Porque ha tres casas decimaes.
P. Porque razão se lê decimas millesimas no terceiro exemplo?
P. Porque ha quatro casas decimaes.
P. Como se lê 9,035.
R. Lê-se nove unidades e trinta e cinco millesimas.
P. Como se lê 45,00076?
R. Lê-se quarenta e cinco unidades e setenta e seis centesimas millesimas.
P. Porque razão se lê centesimas millesimas?
R. Porque ha cinco casas decimaes.

DA ADDIÇÃO DOS DECIMAES

P. Como se effectua a addição dos numeros acompanhados de decimaes?
R. Effectua-se a addição neste caso do mesmo modo que no dos inteiros, tendo somente o cuidado de escrever esses numeros uns debaixo dos outros de sorte que a virgula que separa os inteiros dos decimaes fique em uma mesma columna, escrevendo-se afinal outra virgula na somma debaixo da risca e na casa correspondente ás dos numeros acima della.

Exemplo

74,36
8,297
35,008
594,0045
729,49

1441,1495

Explicação

Tendo escripto os numeros a sommar como acima se vê, uns debaixo dos outros de sorte que a virgula que separa os inteiros dos decimaes fique em uma mesma columna, embora haja duas casas decimaes no primeiro, tres no segundo, quatro no quarto, etc., etc., começa-se a sommar da primeira columna á direita e como nessa columna só haja um algarismo, escreve-se esse algarismo (5) embaixo da risca.

Passando á segunda columna, diz-se : 7 e 8—15 e 4—19 escrevendo-se 9 embaixo da virgula e reservando-se 1 para a columna seguinte.

Passando a essa columna, diz-se : 1 (reserva da somma dos algarismos da columna precedente) e 5—6 e 9—15 e 9—24 e escreve-se 4 embaixo da risca, reservando-se 2 para a columna seguinte.

Passando á outra columna, diz-se 1 (reserva da somma precedente) e 4—5 e 8—13 e 5—18 e 4—22 e 9—31 e escreve-se 1.

Passando á outra columna, diz-se : 3 (reserva da somma precedente) e 7—10 e 3—13 e 9—22 e 2—24 e escreve-se 4.

Passando á ultima columna, diz-se : 2 (de reserva) e 5—7 e 7—14 que se escreve tal qual debaixo da risca.

Feito isto, escreve-se uma virgula na somma debaixo das virgulas dos numeros sommados, isto é na quarta casa para separar tantas casas decimaes quantas são as do numero que mais dessas casas tem.

Exemplos para exercicio

7,4598	568,347	7300,65
5,3262	400,329	2735,42
1,3007	786,532	9734,65
5,4297	452,965	7329,68
3,9729	276,392	2973,48
7,8654	572,342	6270,01
2,0232	934,754	5398,72
4,9345	982,732	4789,90
38,3124	4974,393	46532,51

DA SUBTRACÇÃO DOS DECIMAES

P. Como se effectua a subtracção dos numeros decimaes ?

R. Faz-se a subtracção neste caso do mesmo modo que no dos inteiros, tendo somente o cuidado de escrever os dous numeros um debaixo do outro de sorte que a virgula que nelles separa os inteiros dos decimaes se ache em uma mesma columna, escrevendo outra no resto embaixo da risca na casa correspondente á dos numeros acima della.

Exemplo

$$\begin{array}{r} 83,4507 \\ 48,925 \\ \hline 34,5257 \end{array}$$

Explicação

Tendo escripto o numero menor embaixo do maior, como acima se vê, de sorte que a virgula fique em uma mesma columna, embora haja em um delles quatro decimaes e no outro somente tres, começa-se a subtrahir pela primeira casa á direita, escrevendo-se 7 embaixo da risca visto que não havendo algarismo algum significativo embaixo deste, nenhuma subtracção ha que fazer nessa casa.

Passando á columna seguinte, diz-se: 5 para 10—5 que escreve-se debaixo da risca.

Passando á outra columna, diz-se : 1 (reserva de 10) e 2—3 para 5—2 que se escreve debaixo da risca.

Passando á outra columna, diz-se : 9 para 14—5 e continuando ; 1 (reserva de 14) e 8—9 para 13—4 ; 1 (reserva de 13) e 4—5 para 8—3, e essas differenças 5—4 e 3 se escrevem como as outras debaixo da mesma risca nas casas correspondentes aos numeros que as dão, collocando-se afinal a virgula no resultado na mesma casa em que ella se acha nesses numeros afim de que haja no resto, tantas decimaes quantas ha naquelle dos dous numeros que mais dessas casas contém.

P. E se o numero inferior contém mais casas decimaes do que o superior, como se faz a subtracção ?

R. Escreve-se primeiramente á direita do numero superior tantas cifras quantas são necessarias para que haja o mesmo numero de casas decimaes em um que no outro, e depois procede-se como acima fica explicado.

P. E essas cifras que se escrevem á direita dos algarismos decimaes do numero superior não lhe alterão o valor ?

R. Não ; porque se o numero das partes fica sendo maior, a grandeza dellas fica sendo menor : por exemplo se em 0, 85 temos oitenta e cinco partes e em 0, 850 temos oitocentos e cincoenta, isto é, dez vezes mais partes, no primeiro caso temos centesimas e no segundo temos millesimas, isto é, partes dez vezes menores que as centesimas.

Fxemplos para exercicio

8,5379	3040,68	6500,342
5,7234	1762,95	4021,429
2,8145	1277,73	2478,913

DA MULTIPLICAÇÃO DOS DECIMAES

P. Como se effectua a multiplicação dos decimaes ?

R. Havendo decimaes quér em um só dos factores, quér em ambos, effectua-se a multiplicação prescindindo-se da virgula onde quer que ella se ache, e multiplicando os numeros como se fossem inteiros, tendo o cuidado de separar á direita do producto assim achado tantas casas decimaes quantas são as do multiplicando ou as do multiplicador ou as de ambos, se ambos conteem decimaes.

Primeiro exemplo

$$\begin{array}{r} 75{,}96 \\ 3 \\ \hline 227{,}88 \\ \hline \end{array}$$

Explicação

Prescindindo-se da virgula no multiplicando, e tornando-o assim 100 vezes maior, multiplica-se 7596 por 3 o que dá 22788; separa-se depois no producto duas casas decimaes como acima se vê, para fazer esse producto 100 vezes menor, isto é, para tirar-lhe o augmento proveniente do augmento que teve o multiplicando com a suppressão da virgula.

Segundo exemplo

$$\begin{array}{r} 73{,}4 \\ 8{,}97 \\ \hline 5138 \\ 6606 \\ 5872 \\ \hline 658{,}398 \end{array}$$

Explicação

Prescindindo-se das virgulas assim no multiplicando como no multiplicador, o que torna o primeiro 10 vezes maior e o segundo 100, multiplica-se 734 por 897 separando-se depois no producto 658398 tres casas decimaes como acima se vê, para fazêl-o 1000 vezes menor, isto é, para tirar-lhe o augmento proveniente do augmento que receberam ambos os seus factores com a suppressão das virgulas que os dividião em inteiros e decimaes.

Terceiro exemplo

$$\begin{array}{r} 2,27 \\ 0,0005 \\ \hline 0,001135 \\ \hline \end{array}$$

Explicação

Prescindindo-se das virgulas, ficão os dous factores maiores do que erão, um 100 vezes e o outro 10000 vezes, multiplicando-se pois 227 por 5, o producto 1135 é evidentemente muito maior do que o producto procurado, sendo necessario para obter este ultimo fazer o producto achado um milhão de vezes menor, separando seis casas decimaes, isto é tantas quantasão as do multiplicando e as do multiplicador tomadas juntas.

Exemplos para exercicio

3,254	728
0,8	0,3
2,6032	218,4
0,0002	7,0004
0,07	0,9
0,000014	6,30036
47,008	6,98
3,45	0,492
235040	1396
188032	6282
141024	2792
162,17760	3,43416

DA DIVISÃO DOS DECIMAES

P. Como se effectua a divisão dos decimaes?

R. Quando o dividendo somente contém decimaes effectua-se a divisão do mesmo modo que quando é todo inteiro, tendo-se o cuidado de pôr a virgula no quociente no lugar correspondente ao dividendo; quando porém somente o divisor contém decimaes, escreve-se à direita do dividendo tantas cifras quantas são as decimaes do divisor, e prescindindo-se depois da virgula neste numero effectua-se a divisão como se ambos fossem inteiros ; quando finalmente tanto o dividendo como o divisor são acompanhados de decimaes, prescinde-se da virgula em um e outro, se o numero de casas decimaes é igual em ambos e dividem-se como se fossem inteiros, havendo porém em um delles mais casas decimaes do que no outro, escrevem-se primeiro á direita do que menos tem tantas cifras quantas são precisas para que o numero de casas decimaes seja o mesmo em ambos e depois prescindindo-se da virgula, dividem-se como se fossem inteiros.

Primeiro exemplo

```
83'4,92 | 71
124      -----
 539     11,75
  422
   67
```

Explicação

Dividindo a parte inteira do dividendo 834 por 71 acha-se para quociente 11 e de resto 53; passando á parte decimal, divide-se primeiramente 539 por 71 e escreve-se o quociente 7 no lugar correspondente separando-o dos outros algarismos por uma virgula para indicar que resulta da divisão de decimaes e não de inteiros, acabando-se a operação como no caso destes ultimos.

Segundo exemplo

754 | 6,98

ou

754'00 | 698
05600   108
016

Terceiro exemplo

59 | 0,007

ou

59,000 | 7
30   8428
20
60
4

Explicação

No 2.º exemplo prescinde-se da virgula no divisor, o que o torna em 698 em vez 6,98; accrescentão-se depois duas cifras ao dividendo, o que o torna em 75400 em vez de 754; e divide-se 75400 por 698.

No 3.º exemplo prescinde-se da virgula no divisor, o que o torna em 7 em vez 0,007; accrescentão-se depois tres cifras (tantas quantas são as casas decimaes do divisor) ao dividendo, o que o torna em 59000 em vez de 59; e divide-se 59000 por 7 sem nada alterar no quociente.

Quarto exemplo

73,05 | 3,92

ou

7305 | 392
3385 18
249

Quinto exemplo

834,5 | 9,008

ou

834,500 | 9,008

ou

834500 | 9008
23780 92
5764

Explicação

No 4.º exemplo, como ha igual numero de decimaes no dividendo e no divisor, prescinde-se da virgula em ambos e divide-se 7305 por 392 em vez de dividir 73,05 por 3,92.

No 5.º exemplo, como ha uma só decimal no dividendo e tres no divisor, escrevem-se á direita do primeiro duas cifras, o que faz que haja tantas decimaes em um como no outro, e depois prescindindo-se da virgula em ambos, divide-se 834500 por 9008 em vez de dividir 834,5 por 9,008.

REDUCÇÃO DO RESTO DA DIVISÃO EM FRACÇÃO DECIMAL

P. Como se converte o resto de uma divisão em fracção decimal?

R. Convertendo-o em decimas, centesimas, millesimas, etc., para o que basta escrever á sua direita uma, duas, tres, cifras e dividindo-o pelo divisor, tendo attenção de separar o resultado dessa nova divisão do da primeira por meio de uma virgula.

Primeiro exemplo

```
948 | 32
308   29, 625
 200
  080
   160
    00
```

Explicação

Tendo achado para ultimo resto 20, escreve-se á direita delle uma cifra para convertel-o em decimas e divide-se 200 por 32, separando no quociente o algarismo 6 que dá essa divisão dos outros por meio de uma virgula para indicar que elle exprime decimas e não unidades; á direita do resto 8 escreve-se outra cifra e divide-se 80 por 32 escrevendo-se o quociente 2 depois de 6 e assim por diante.

Segundo exemplo

987,034 | 92
0670   10,728
263
794
58

Terceiro exemplo

7452 | 8,57

ou

745200 | 857
5960   869,54
8180
4670
3850
422

COMPARAÇÃO DAS FRACÇÕES ORDINARIAS COM AS FRACÇÕES DECIMAES

P. Em que é que as fracções decimaes e as ordinarias coincidem umas com as outras?

R. As fracções decimaes coincidem com as fracções ordinarias em serem umas e outras partes da unidade.

P. E em que é que ellas differem entre si?

R. As fracções decimaes differem das ordinarias em seguirem ellas uma lei em seu decrescimento ao passo que as outras não seguem lei alguma.

P. E qual é a lei que as fracções decimaes seguem em seu decrescimento.

R. A lei que as fracções decimaes seguem em seu decrescimento é a da razão decupla.

P. Em que consiste esta lei ?

R. Esta lei consiste em que as fracções decimaes não podem decrescer senão tornando-se de dez em dez vezes, isto é, 10,—100—1000, etc, vezes menores, o que não tem lugar para as fracções ordinarias que podem decrescer arbitrariamente, tornando-se 2—3—4—5—20—25, etc., vezes menores.

P. Qual é a primeira vantagem que resulta desta differença ?

R. A primeira vantagem que resulta desta differença é poderem-se as fracções decimaes escrever e calcular do mesmo modo que os numeros inteiros e as fracções ordinarias não.

P. E qual é a segunda vantagem ?

R. A segunda vantagem que resulta da lei que regula o decrescimento das fracções decimaes é poder adoptar-se um systema de pezos e medidas muito mais claro e simples do que os que se fundão na divisão arbitraria da unidade.

P. E não se pode passar uma fracção decimal para a forma de fracção ordinaria ?

R. Passa-se uma fracção decimal para a forma de fracção ordinaria, tomando para numerador o valor dos algarismos decimaes considerados como exprimindo inteiros, e para denominador a unidade seguida de tantas cifras quantas são as casas decimaes.

Exemplo.

$$0,753 = \frac{753}{1000} - 0,0008 = \frac{8}{10000} - 0,00031 = \frac{31}{100000}$$

Explicação

No primeiro exemplo toma-se para numerador o numero 753, que é o valor da fracção decimal considerada como exprimindo inteiros, e escreve-se debaixo deste numero como denominador 1000, numero representado pela unidade seguida de tres cifras, tantas quantas são as casas decimaes da fracção.

No segundo, toma-se do mesmo modo para numerador o numero 8 que é o valor da fracção decimal considerada como exprimindo inteiros, e escreve-se debaixo delle para denominador o numero 10000, isto é 1 seguido de quatro cifras, que tantas são as casas decimaes da fracção.

No terceiro, toma-se para numerador 91 dando-lhe para denominador 100000, isto é, a unidade seguida de cinco cifras para fazer as partes de que se compõe a fracção cem mil vezes menores que a unidade, bem como ellas o o são na expressão decimal.

P. E como se passará uma fracção ordinaria para a forma de fracção decimal?

R. Passa-se uma fracção ordinaria para a forma de fracção decimal, convertendo seu numerador em decimas, e dividindo-o pelo denominador, convertendo depois o resto desta divisão em centesimas, dividindo-o pelo mesmo denominador, e assim por diante.

Primeiro exemplo

$\frac{5}{8} = 0,625$

$$\begin{array}{l|l} 5,0 & 8 \\ \cline{2-2} 20 & 0,625 \\ \;40 & \\ \;\;0 & \end{array}$$

Explicação.

Querendo converter a fracção $\frac{5}{8}$ em decimaes, escreveremos o denominador 8 á direita do numerador 5, separados por um traço, passaremos outro por baixo de 8; e como 5 não pode ser dividido por 8, escreveremos cifra no quociente, depois escreveremos outra cifra á direita do dividendo 5 para convertel-o em decimas, dividiremos 50 por 8, assentaremos o resultado 5 no quociente á direita da cifra, separando-o pór uma virgula, escreveremos outra cifra á direita do resto 2, e dividiremos 20 por 8, assentaremos o resultado 2 no quociente á direita de 6 e escreveremos outra cifra á direita do resto 4, dividiremos 40 por 8, e assentaremos o resultado 5 no quociente á direita de 2; bem como acima se vê.

Segundo exemplo

$\frac{14}{25} = 0,56$

$$\begin{array}{l|l} 14'0 & 25 \\ \cline{2-2} \;150 & 0'56 \\ \;\;00 & \end{array}$$

Explicação

Querendo converter a fracção $\frac{14}{25}$ em decimaes escreveremos, como para a divisão, o denominador 25 á direita do numerador 14, e como 14 não pode ser dividido por 25, assentaremos cifra no quociente ; escreveremos depois uma cifra á direita de 14 para convertel-o em decimas, e dividiremos 140 por 25, assentando o resultado 5 no quociente á direita da cifra, separado della por uma virgula, escreveremos depois outra cifra á direita do resto 15, e dividiremos 150 por 25, assentando o resultado 6 no quociente á direita de 5 ; bem como acima se vê .

P. E se a fracção ordinaria tiver por denominador 10—100—1000 etc., não, se poderá fazer a conversão mais simplesmente ?

R. Quando a fracção ordinaria tem por denominador 10—100—1000 etc, da-se-lhe a forma de decimal escrevendo o numerador tal qual, e fazendo-se que haja á direita da virgula tantas casas decimaes quantas são as cifras que acompanhão a unidade no denominador da fracção proposta.

Exemplo

$$\frac{13}{1000}=0{,}013$$

$$\frac{209}{10000}=0{,}0209$$

$$\frac{7}{100000}=0{,}00007$$

Explicação

Para converter as expressões fraccionarias acima nas expressões decimaes que lhes são correspondentes, basta no primeiro exemplo tomar o numerador 13 para exprimir o numero de partes decimaes, fazendo depois que estas partes sejão millesimas, isto é, 1000 vezes menores que a unidade como na expressão fraccionaria; no segundo, tomar o numerador 209 para exprimir o numero de partes decimaes, fazendo depois que estas partes sejão decimas millesimas isto é, 10000 vezes menores que a unidade como na expressão fraccionaria; e no terceiro, tomar o numerador 7 para exprimir o numero das partes decimaes fazendo tambem que estas partes sejão centesimas millesimas, isto é, 100000 vezes menores que a unidade, como na expressão fraccionaria.

P. E é sempre possivel converter exactamente uma fracção ordinaria em fracção decimal?

R. Não; porque ha casos em que, por mais longe que se leve a divisão, nunca se encontra um quociente exacto, antes se vão nelle repetindo sempre as mesmas lettras.

P. Como se chamam as fracções decimaes em que se vão repetindo sempre as mesmas lettras?

R. Chamão-se *fracções periodicas.*

P. Que se entende por um periodo?

R. Chama-se periodo a *totalidade das lettras que se vão repetindo.*

P. Como se volta da fracção periodica para a fracção ordinaria?

R. Se o periodo começa logo depois da virgula, toma-se para numerador o numero expresso pelas lettras de um periodo, e para denominador tantos nove quantas são as lettras desse periodo.

Primeiro exemplo.

$$0{,}232323 \text{ etc.} = \tfrac{23}{99}$$

Explicação

Querendo converter a fracção periodica.... —0232323 etc. em fracção ordinaria, tomaremos para numerador o numero 23, que é expresso pelos algarismo 2 e 3 que se vão repetindo, e para denominador o numero 99 composto de dous nove, porque duas são as lettras que se repetem ; assim teremos como acima $\tfrac{23}{99}$.

Segundo exemplo.

$$0{,}053053 \text{ etc.} = \tfrac{53}{999}$$

Explicação.

Querendo converter a fracção periodica..... —0,053053 etc. em fracção ordinaria, tomaremos para numerador o numero 53, que é expresso pelos algarismos 0,5,3, que se vão repetindo, e para denominador o numero 999 composto de tres nove, porque são tres os algarismos de cada periodo ; assim teremos, como acima $\tfrac{53}{999}$.

P. E como se pratica quando o periodo não começa logo da primeira casa decimal. ?

R. passa-se a virgula para a primeira casa do periodo, pratica-se como no caso precedente, e divide-se tudo por 10, se a virgula só tem passado uma casa para a direita; por 100, se tem passado duas; por 1000, se tem passado tres, e assim por diante.

Primeiro exemplo.

$$0,35878787=35,8787:100=35\tfrac{87}{99}:100=\tfrac{3552}{9900}$$

Explicação

Querendo converter em fracção ordinaria a fracção periodica 0,3587878 etc., passaremos a virgula para a primeira casa do periodo, isto é duas casas para a direita, e teremos 35,8787 etc. escreveremos as 35 unidades, e à direita dellas a fracção ordinaria $\frac{87}{99}$, que corresponde á expressão 0,8787 etc.; depois dividiremos tudo, isto é, $35\frac{87}{99}$, por 100, porque fizemos passar a virgula duas casas para a direita, para o que reduziremos primeiramente o inteiro a fracção, multiplicando 35 por 99, sommando o producto 3465 com o numerador 87, e dando á somma 3552 o mesmo denominador 99, o que dá $\frac{3552}{99}$; escreveremos depois duas cifras à direita do denominador 99 e deste modo teremos $\frac{3552}{9900}$ em vez de 0,358787, como acima.

Segundo exemplo.

$$0,047653653\text{ etc.}=47\tfrac{653}{999}:1000=\tfrac{47606}{999000}$$

Explicação

Querendo converter em fracção ordinaria a fracção periodica 0,047653653653 etc., passaremos a virgula tres casas para a direita, isto é para a primeira casa do periodo, e teremos assim 47,653653 etc.; escreveremos as 47 unidades e á direita dellas a fracção ordinaria $\frac{653}{999}$, que corresponde á fracção periodica...0,653653 etc., e dividiremos tudo; isto é, $47\frac{653}{999}$ por 1000, porque a virgula passou tres casas para a direita. Para effectuar esta divisão é preciso reduzir primeiramente o inteiro a fracção, multiplicando 47 por 999, denominador da fracção, ajuntando ao producto 46953 o numerador 653, e dando á somma 47606 o mesmo denominador da fracção, 999, escrevendo depois tres cifras á direita deste denominador; deste modo teremos como acima $\frac{47606}{999000}$ em vez de 0,047653653.

PARTE QUARTA

Do calculo dos numeros complexos

—

NATUREZA DOS NUMEROS COMPLEXOS E SUA COMPARAÇÃO COM OS NUMEROS INCOMPLEXOS E COM AS FRACÇÕES ORDINARIAS E DECIMAES.

P. Que se entende por numero complexo?

R. *Numero complexo* é aquelle que se compõe de muitas partes, referindo-se todas a unidades de grandezas differentes bem que da mesma especie: como 7 *annos*, 3 *mezes*, 15 *dias*.

P. Que se entende por numero incomplexo?

R. *Numero incomplexo* é aquelle que só se refere a uma especie de unidade: bem como 9 *arrobas* — 8 *annos*.

P. *Vinte braças e quatro palmos* é numero complexo ou incomplexo?

R. E' complexo, porque se compõe de duas differentes especies de unidades: braças e palmos.

P. *Tres leguas* é numero complexo ou incomplexo?

R. E' incomplexo, porque só se compõe de uma especie de unidade.

P. *Quatro arrobas e meia* è numero complexo ou incomplexo?

R. E' incomplexo porque só se compõe de uma especie de unidade.

P. Os numeros complexos não tem ainda outras denominações?

R. Os numeros complexos tambem se chamão heterogeneos ou denominados.

REDUCÇÃO DOS COMPLEXOS A INCOMPLEXOS.

P. Porque operação se reduzem os numeros complexos a incomplexos?
R. Pela multiplicação.

Primeiro exemplo

Reduzir 6 dias, 4 horas e 15 minutos a mitos.

	d	h	m
	6	4	15
	24 horas		
	144		
	4		
horas	148		
	60 minutos		
	8880		
	15		
minutos	8895		

assim teremos 8895 minutos em vez de 6 dias, 4 horas e 15 minutos.

Explicação.

Querendo reduzir a minutos o numero complexo 6 *dias* 4 *horas e* 15 *minutos*, reduziremos primeiramente os 6 dias a horas, multiplicando 6 por 24 (porque, tendo cada dia 24 horas, os 6 dias devem ter seis vezes 24 horas), ao producto 144 ajuntaremos as 4 horas do numero proposto, e reduziremos depois as 148 horas a minutos, multiplicando-as por 60 (porque, tendo cada hora 60 minutos, as 148 horas devem ter cento e quarenta e oito vezes 60 minutos), e ao producto 8880 ajuntaremos os 15 minutos do numero proposto, e teremos assim, como acima, 8895 minutos em vez de 6 dias 4 horas e 15 minutos.

Segundo exemplo.

Reduzir 9 quintaes, 3 arrobas e 24 libras a libras.

	quintaes	arrobas	libras
	9	3	24
	4 arrobas		
	36		
	3		
arrobas	39		
	32 libras		
	78		
	117		
	1248		
	24		
libras	1272		

Explicação·

Querendo reduzir 9 quintaes 3 arrobas e 24 libras a libras, reduziremos primeiramente os quintaes a arrobas, multiplicando 9 por 4 (porque, tendo cada quintal 4 arrobas, os 9 quintaes devem ter 9 vezes 4 arrobas,) ao producto 36 ajuntaremos as 3 arrobas do numero proposto, reduziremos depois as 39 arrobas a libras, multiplicando 39 por 32 (porque, tendo cada arroba 32 libras, as 39 arrobas devem ter trinta e nove vezes 32 libras,) e ao producto 1248 ajuntaremos as 24 libras do numero proposto: e assim teremos, como acima, 1272 libras em vez de 9 quintaes, 3 arrobas e 24 libras.

REDUCÇÃO DOS INCOMPLEXOS A COMPLEXO.

P. Porque operação se reduzem os numeros incomplexos a complexos?
R. Pela divisão.

Primeiro exemplo.

Converter 1272 libras em quintaes, arrobas e libras.

	1272	32	
	312	39 arrobas	4
Libras	24	3 arrobas	9 quintaes

Explicação.

Querendo saber quantos quintaes e quantas arrobas ha em 1272 libras, buscaremos primeiro quantas arrobas ha neste numero, dividindo-o por 32 (porque são necessarias 32 libras para fazer uma arroba), o quociente 39 exprime arrobas, e o resto 24 exprime libras; buscaremos depois quantos quintaes ha nas 39 arrobas dividindo

39 por 4 (porque são necessarias 4 arrobas para fazer um quintal), o quociente 9 exprime quintaes e o resto 3, arrobas; assim em vez de 1272 libras teremos 9 quintaes, 3 arrobas e 24 libras.

Segundo exemplo.

Converter 2745 dias em annos e mezes.

	2745	30		
	045	91	mezes	12
Dias	15	07	«	7 annos

Explicação.

Querendo saber quantos annos e quantos mezes ha em 2745 dias, buscaremos primeiro quantos mezes ha nestes dias, dividindo 2745 por 30 (porque são necessarios 30 dias para fazer um mez), o quociente 91 exprime mezes, e o resto 15 exprime dias; buscaremos depois quantos annos ha em 91 mezes, dividindo 91 por 12 (porque são necessarios 12 mezes para fazer um anno), o quociente 7 exprime annos e o resto 7 exprime mezes: assim em vez de 2745 dias, teremos 7 annos, 7 mezes e 15 dias.

REDUCÇÃO DOS COMPLEXOS A FRACÇÃO.

P. Como se reduzem os numeros complexos a forma de fracção?

R. Reduzem-se primeiramente os complexos a incomplexos, isto é, a unidades de sua infima especie, e dá-se-lhes por denominador o numero que mostra quantas dessas unidades da infima especie se contém na unidade principal.

Primeiro exemplo

Reduzir o numero complexo 7 quintaes, 3 arrobas e 18 libras á forma de fracção.

```
        7 q.   3 arrs.   18 lbs.
        4 arr.              1 q.=4 arr.
       —                          32
       28                        ——
                                 128 libras
        3
       ——
arrobas 31
        32  libras
       ——
        62
        93
       ——
        992
         18
       ——
libras  1010
```

7 q. 3 arrs. 18 lqs.$=\frac{1010}{128}$ do quintal ou extrahindo-se os inteiros, 7 q. $\frac{114}{128}$.

Explicação

Querendo reduzir á forma de fracção o numero complexo 7 quintaes, 3 arrobas e 18 libras, reduziremos primeiramente todo elle a libras, o que dá 1010 libras, buscaremos depois quantas libras tem um quintal, e escreveremos este numero, que é 128, debaixo de 1010; e assim, em vez de 7 quintaes, 3 arrobas e 18 libras teremos $^{1010}/_{128}$ do quintal.

Chega-se a este mesmo resultado mais promptamente conservando-se a parte principal, 7 quintaes, tal qual e reduzindo somente as outras duas a fracção, para o que bastará reduzir as arrobas e libras, tudo a libras (114) dando-lhes por denominador o numero de libras contidas em um quintal (128). Deste modo ter-se-ha, como acima, 7 q. $\frac{114}{128}$.

Segundo exemplo.

Reduzir o numero complexo 5 annos, 9 memezes e 18 dias á forma de fracção.

```
        5 annos 9  mezes 18  dias
        12 mezes
        —                1 anno = 12  mezes
        60                        30
        —                        ——
mezes   69
        30 dias
        ———
        2070
          18
        ——
dias    2088
```

annos mezes dias annos

5 9 18 $= \frac{2088}{360}$ do anno $= 5\ \frac{288}{360}$

Explicação

Querendo reduzir á fórma de fracção o numero complexo 5 annos, 9 mezes e 18 dias, reduziremos primeiramente todo este numero a dias, o que dá 2088 dias; buscaremos depois quantos dias tem um anno, e escreveremos esse numero, que é 360, debaixo de 2088; e assim em vez de 5 annos, 9 mezes e 15 dias, teremos $^{2088}/_{360}$ do anno.

Deixando a parte principal, 5 annos, tal qual, e reduzindo as outras duas, 9 mezes e 18 dias, tudo a dias (288) dando-lhe depois por denominador o numero de dias contidos em um anno (360), chega-se mais promptamente ao resultado acima achado—5 annos $\frac{288}{360}$.

REDUCÇÃO DAS FRACÇÕES A COMPLEXOS.

P. Como se reduz uma fracção a complexo?

R. Convertendo o seu numerador em unidades de menor valor, e dividindo-o pelo denominador.

Primeiro exemplo.

Converter $^3/_5$ do anno em mezes e dias.

$^3/_5$ do anno em $= \frac{1}{5}$ de 3 annos.

```
         3 annos
mezes   12
        ——
        36  mezes        | 5
mez      1               ———————————————
         30 dias          7 mezes—6 dias
         —
         30
          0
```

Explicação

Querendo saber quantos mezes e quantos dias ha em $^3/_5$ do anno, multiplicaremos o numero 3 por 12 para convertel-o em mezes (porque um anno tem 12 mezes) e dividiremos o producto 36 pelo denominador 5, o quociente 7 exprime os mezes contidos na fracção proposta ; multiplicaremos o resto 1 por 30 para convertel-o em dias (porque um mez tem 30 dias), e dividiremos o producto 30 pelo mesmo divisor 5, o quociente 6 exprime os dias contidos na fracção : assim, em vez de $^3/_5$ do anno, teremos 7 mezes e 6 dias.

Segundo exemplo.

Reduzir $^5/_7$ do quintal em arrobas, libras e onças.

$^5/_7$ do quintal = $^1/_7$ de 5 quintaes.

5 quintaes
4 arrobas
arrobas 20 | 7
6   2 arr.—27 lbs.--6 onç. $^1/_7$
libras 32
192
52
libras 3
16 onças
48
6

Explicação

Querendo saber quantas arrobas e quantas libras ha em $^5/_7$ do quintal, multiplicaremos o numerador 5 por 4 para convertel-o em arrobas (porque um quintal tem 4 arrobas), e dividiremos o producto 20 pelo denominador 7, o quociente 2 mostra o numero de arrobas contidas na fracção; multiplicaremos o resto 6 por 32 para convertel-o em libras (porque uma arroba tem 32 libras), e dividiremos o producto 192 pelo mesmo divisor 7, o quociente 27 mostra o numero de libras contidas na fracção; multiplicaremos o resto 3 por 16 para convertel-o em onças (porque uma libra tem 16 onças), e dividiremos o producto 48 pelo mesmo divisor 7, o quociente 6 mostra o numero de onças contidas na fracção: e assim, em vez de $^5/_7$ do quintal, teremos 2 arrobas, 27 libras, 6 onças etc.

CONVERSÃO DOS COMPLEXOS EM DECIMAES E DOS DECIMAES EM COMPLEXOS.

P. Como se converte um numero complexo em decimal?

R. Para converter um numero complexo em decimal conserva-se a parte principal delle tal qual, reduzem-se as outras a fracção da unidade dessa parte principal, como já fica explicado, e passa-se depois da fracção ordinaria para a decimal.

Primeiro exemplo

Converter 9 annos 7 mezes e 12 dias em decimal do anno.

7 mezes e 12 dias = 222 dias = $\frac{222}{360}$ do anno = 0,619 do anno.

Donde 9 annos—7 mezes—12 dias=9,619 do anno.

Explicação

Querendo converter o numero complexo 9 annos, 7 mezes e 12 dias em decimaes do anno, deixaremos a parte principal deste numero, 9 annos, tal qual, e converteremos as outras duas 7 mezes e 12 dias, em fracção do annno, como já fica explicado, o que dá $\frac{222}{360}$; e passando desta forma para a decimal, teremos 0,619 que junta á parte principal dá 9,619 do anno, como acima.

Segundo exemplo

Converter o numero complexo 3 quintaes 2 arrobas e 12 libras em decimaes do quintal.

2 arrobas e 12 libras=76 libras= $\frac{76}{128}$ ou 0,593 do quintal.

qs. ars. lbs. qs.
Donde 3 —2—12 =3,593

Explicação

Deixaremos a parte principal, 3 quintaes, tal qual, converteremos as outras duas, 2 arrobas e 12 libras, em libras (76), daremos depois por denominador a este numero o numero de libras contidas em um quintal (128), e teremos assim $\frac{76}{128}$, fracção que convertida em decimal dá 0,593, o que reduz o numero proposto a 3.593 do quintal, como acima se acha.

P. Como se converte um numero decimal em complexo?

R. Converte-se um numero decimal em complexo, deixando-se a parte inteira tal qual e multiplicando-se a decimal pelo numero de partes em que se divide a unidade principal, depois o resto dessa divisão pelo numero de partes em que se divide a segunda unidade e assim por diante.

Primeiro exemplo

Converter 9,327 da vara em complexo.

	0,327	
	5	palmos
palmos	1,635	
	8	pollegadas
polleg.	5,080	
	12	linhas
	160	
	80	
linhas	960	
	12	pontos
	1920	
	960	
pontos	11,520	

Donde 9,327 da vara = 9 varas—1 palmo 5—pollegadas—11 pontos e 520 millesimas do ponto.

Explicação

Querendo converter, 9,327 da vara em complexo, isto é, em subdivisões da vara, separaremos a parte inteira 9 varas e multiplicaremos a parte decimal 0,327 por 5 para reduzil-a a palmos, visto que uma vara tem 5 palmos ; depois separaremos a parte inteira desse producto (1) e multiplicaremos a decimal (0,635) por 8 para reduzil-a a pollegadas, visto que um palmo tem 8 pollegadas ; separaremos igualmente a parte inteira desse producto (5) e multiplicaremos a decimal 0,080 por 12 para convertel-a em linhas visto que uma pollegada tem 12 linhas, e como este producto não comtém inteiros, multiplicaremos de novo a parte decimal (0,960) por 12 para convertel-a em pontos, visto que uma linha tem 12 pontos, e assim teremos 9,327 da vara,=9 varas—1 palmos 5 pollegadas—11 pontos,—520 millesimas do ponto.

Segundo exemplo

Converter 9,029 da arroba em complexo.

```
         0,029
            32  libras
        ------
            58
           87
        ------
libras   0,928
            16  onças
        ------
          5568
          928
        ------
onças   14,848
             8  oitavas
        ------
oitavas  6,784
```

Donde 9,029 da arroba—9 arrobas, 14 onças, 6 oitavas e 784 millesimas da oitava.

Explicação

Querendo converter 9,029 da arroba em complexo, isto é, em subdivisões da arroba, separaremos a parte inteira deste numero e multiplicaremos a decimal (0,029) por 32 para reduzil-a a libras, visto que uma arroba tem 32 libras, e como o producto 0,928 não contem nenhum inteiro, tornaremos a multiplical-o por 16 para convertel-o em onças, visto que uma libra tem 16 onças, separaremos a parte inteira desse producto (14) e multiplicaremos a decimal

(0,848) por 8 para convertel-a em oitavas, visto que uma onça tem 8 oitavas, e assim teremos 9,029 da arroba=9 arrobas, 14 onças, 6 oitavas, e 784 millesimas da oitava, como acima se achou.

ADDIÇÃO DOS NUMEROS COMPLEXOS.

P. Como se sommão os numeros complexos?

R. Para sommar os numeros complexos escreveremos todas as addições umas debaixo das outras de maneira que as unidades de cada especie fiquem dispostas em uma mesma columna, e sommaremos depois cada uma dessas columnas de per si, começando sempre da direita para a esquerda e ajuntando a reserva de cada somma á columna que depois della vem.

Primeiro exemplo

	annos	mezes	dias
	9	7	24
	8	9	16
	12	8	19
	16	11	29
Total	48	1	28

Explicação

Querendo sommar 9 annos 7 mezes e 24 dias, com 8 annos, 9 mezes e 16 dias, mais 12 annos, 8 mezes e 19 dias, mais 16 annos, 11 mezes e 29 dias, escreveremos estes numeros uns debaixo dos outros, de maneira que as unidades da mesma especie fiquem em uma mesma columna, como acima se vê, e começando a sommar pela direita, isto é pela columna dos dias, acharemos 88 dias para a somma desta columna, e como em 88 dias ha 2 mezes e 28 dias (por isso que 30 dias fazem um mez), escreveremos os 28 dias debaixo da columna dos dias, e reservaremos os 2 mezes para a columna seguinte. Passando a esta columna, sommaremos os numeros nella contidos, e á somma delles ajuntando os 2 mezes de reserva, teremos 37 mezes, e como em 37 mezes ha 3 annos e 1 mez (por isso que 12 mezes fazem 1 anno), escreveremos 1 mez debaixo da columna dos mezes, e reservaremos os 3 annos para os ajuntar com os numeros da columna seguinte. Passando a esta columna, sommaremos os numeros nella contidos, e ajuntando á somma delles os 3 annos de reserva, teremos 48 annos, os quaes escreveremos debaixo da respectiva columna.

Feito isto, acharemos para a somma procurada 48 annos 1 mez e 28 dias.

Segundo exemplo

	quintaes	arrobas	libras
	6	3	23
	5	2	19
	9	3	26
	7	1	29
Total	30	0	1

Explicação

Querendo sommar os numeros complexos 6

quintaes, 3 arrobas e 23 libras; 5 quintaes, 2 arrobas e 19 libras; 9 quintaes, 3 arrobas e 26 libras; e 7 quintaes, 1 arroba e 29 libras; escreveremos estes numeros uns debaixo dos outros, de maneira que as unidades da mesma especie fiquem em uma mesma columna, como acima se vê, e começando a sommar pela direita, isto é, pela columna das libras, acharemos para somma desta columna 97 libras, e como em 97 libras ha 3 arrobas e 1 libra (por isso que 32 libras fazem 1 arroba), escreveremos 1 debaixo da columna das libras, e reservaremos as tres arrobas para as ajuntar com os numeros da columna seguinte. Passando a esta columna, sommaremos os numeros nella contidos, e ajuntando á somma delles as 3 arrobas de reserva, teremos 12 arrobas, e como em 12 arrobas ha exactamente 3 quintaes (por isso que 4 arrobas fazem 1 quintal), escreveremos 0 debaixo da columna das arrobas, e reservaremos os 3 quintaes para os ajuntar com os numeros da columna seguinte. Passando a esta columna, sommaremos os numeros nella contidos, e ajuntando á somma delles os 3 quintaes de reserva, teremos 30 quintaes, os quaes escreveremos debaixo da columna respectiva, bem como se vê acima.

SUBTRACÇÃO DOS NUMEROS COMPLEXOS.

P. Como se subtrahem os numeros complexos?

R. Para tirar um numero complexo de outro escreveremos o menor por baixo do maior, de maneira que as unidades da mesma especie fiquem embaixo da mesma columna, passaremos um traço por baixo do ultimo, e effectuaremos a subtracção em cada uma dessas columnas, começando sempre pela direita.

Primeiro exemplo.

	varas	palmos	pollegadas
	16	4	7
	9	3	4
Resto	7	1	3

Explicação.

Qurendo tirar 9 varas, 3 palmos e 4 pollegadas de 16 varas, 4 palmos e 7 pollegadas, escreveremos o numero menor por baixo do maior, de maneira que as unidades da mesma especie fiquem em uma mesma columna, como acima se vê, e começando pela direita, isto é, pela columna das pollegadas, tiraremos de 7 pollegadas 4, e escreveremos o resto 3 debaixo desta columna. Passando á columna dos palmos, tiraremos de 4 palmos 3, e escreveremos o resto 1 debaixo desta columna. Passando á columna das varas, tiraremos de 16 varas 9, e escreveremos o resto 7 debaixo desta columna ; bem como se vê acima.

Segundo exemplo

	quintaes	arrobas	libras
	9	2	24
	6	3	19
Resto	2	3	5

Explicação

Querendo tirar 6 quintaes, 3 arrobas e 19 libras de 9 quintaes, 2 arrobas e 24 libras, escreveremos o numero menor por baixo do maior, de maneira que as unidades da mesma especie fiquem em uma mesma columna, como acima se vê, e começando pela direita, isto è, pela columna das libras, tiraremos de 24 libras 19, e escreveremos o resto 5 debaixo desta columna. Passando á columna das arrobas, como de duas arrobas não podemos tirar 3, tomaremos uma unidade da columna seguinte, isto é, 1 quintal, e como 1 quintal tem 4 arrobas, ajuntaremos este numero com as 2 arrobas que temos, e tiraremos então de 6 arrobas 3, e escreveremos o resto 3 debaixo desta colnmna. Passando á columna dos quintaes, não tiraremos de 9 quintaes 6, mas sim de 8 quintaes 6 (por isso que dos 9 quintaes já havemos tomado 1), e escreveremos o resto 2 debaixo da columna respectiva, bem como se vê acima.

Terceiro exemplo

	annos	mezes	dias
	7	0	0
	4	5	18
Resto	2	6	12

Explicação.

Querendo tirar 4 annos, 5 mezes e 18 dias de 7 annos, escreveremos o numero menor por baixo do maior; mas como o maior só se compõe de uma especie de unidade (annos), entretanto que o menor compõe-se de tres (annos, mezes e dias), escreveremos ao lado do numero maior e por cima dos mezes e dias do menor, duas cifras; bem como se vê acima: e como no numero maior não ha dias dos quaes possamos tirar os 18 do numero menor, tomaremos uma unidade da columna seguinte, isto é, um mez, e como não ha mezes nesta columna, tomaremos uma unidade da columna que vem depois desta, isto é, um anno, e como um anno tem 12 mezes e nós só precisamos de 1, deixaremos 11 na columna respectiva e reduziremos o outro a dias, e como um mez tem 30 dias, tiraremos de 30 dias 18, e escreveremos o resto 12 debaixo da columna dos dias. Passando á columna dos mezes, tiraremos dos 11 mezes que ahi deixamos, 5, e escreveremos o resto 6 debaixo desta columna. Passando à columna dos annos, tiraremos de 6 annos 4 (porque dos 7 annos já havemos tomado 1), e escreveremos o resto 2 debaixo desta columna, bem como aqui se vê.

PROVA DA ADDIÇÃO DOS COMPLEXOS.

P. Como se prova a addição dos complexos?

R. Para provar a addição dos complexos sommaremos cada uma das columnas das differentes especies de unidades, começando pela esquerda e tiraremos essa somma do numero que lhe corresponde no total.

Exemplo

	annos	mezes	dias
	9	7	24
	8	9	16
	12	8	19
	16	11	29
Total	48	1	28
	45	36	60
	3	37	88
mezes	12	35	88
	36	2	00
		30	
		60	

Explicação

Tendo sommado os numeros propostos e achado para total 48 annos, 1 mez e 28 dias, para verificar esta operação sommaremos de novo cada columna, começando pela primeira á esquerda, isto é, pela dos annos, escreveremos a somma della, que é 45, debaixo de 48, que lhe corresponde no total, tiraremos 45 de 48, converteremos o resto 3 em as unidades da columna seguinte, isto é, em mezes, multiplicando este numero por 12 (porque cada anno tem 12 mezes), escreveremos este producto, que é 36, debaixo do numero que exprime mezes no total, isto é, debaixo de 1, e sommando estes numeros teremos 37 mezes, os quaes assentaremos por baixo delles. Passando á columna dos mezes escreveremos a somma della, que é 35, por baixo de 37, tiraremos 35 de 37, converteremos o resto 2 em as unidades da columna seguinte, isto é, em dias, multiplicando este numero por 30 porque em um mez ha 30 dias,), escreveremos este producto, que é 60, debaixo do numero que exprime dias no total, isto é, debaixo de 88, e sommando estes numeros teremos 88 dias os quaes assentaremos por baixo delles.

Passando á columna dos dias, escreveremos a somma della, que é 88, e feita a subtracção, nada deve restar; bem como se vê acima.

PROVA DA SUBTRACÇÃO DOS COMPLEXOS.

P. Como se prova a subtracção dos complexos?

R. Para provar a subtracção dos complexos sommaremos o numero menor com o resto, e a somma deve ser igual ao maior.

Exemplo

	varas	palmos	pollegadas
	16	4	7
	9	3	4
Resto	7	1	3
Prova	16	4	7

Explicação

Querendo provar a subtracção dos dous numeros propostos, sommaremos o menor delles 9 varas, 3 palmos e 4 pollegadas com o resto 7 varas, 1 palmo e 3 pollegadas, e a somma deve ser igual ao numero maior ; bem como se vê acima.

MULTIPLICAÇÃO DOS NUMEROS COMPLEXOS.

P. Como se multiplicão os numeros complexos ?

R. Para multiplicar os numeros complexos deveremos primeiramente reduzil-os a fórma de fracção, e multiplicar depois essas fracções.

Primeiro exemplo

Querendo multiplicar 192$000 rs. por 1 marco, 5 onças e 7 oitavas, reduziremos primeiramente o complexo a fórma de fracção, o que dá $\frac{111}{64}$ do marco, multiplicaremos 192$000 por $\frac{111}{64}$, o que se faz multiplicando 192$000 por 111, e dividindo o resultado 21:312$000 por 64, o quociente 333$000 rs. é o producto procurado.

Segundo exemplo

Querendo multiplicar 3 canadas e 5 garrafas por 9 arrobas e 24 libras, reduziremos primeiramente o multiplicando a fórma de fracção, e teremos $\frac{29}{8}$ da canada em vez de 3 canadas e 5 garrafas ; reduziremos depois tambem o multiplicador a fórma de fracção, e teremos $\frac{312}{32}$ da arroba em vez de 9 arrobas e 24 libras; multiplicaremos estas duas fracções, multiplicando os seus numeradores, e teremos $\frac{9044}{256}$ da canada. Para extrahir os inteiros desta expressão, dividiremos o numerador pelo denominador e effectuando a divisão, acharemos 35 canada s no quociente e de resto 88 que converteremos em garrafas, multiplicando por 8 (porque a canada tem 8 garrafas), dividindo depois o producto 704 pelo mesmo divisor 256, acharemos mais duas garrafas no quociente: assim o producto das 3 canadas e 5 garrafas por 9 arrobas e 24 libras é 35 canadas e 2 garrafas.

DIVISÃO DOS COMPLEXOS.

P. Quantos casos ha que considerar na divisão dos complexos?

R. Tres: o 1.º quando o dividendo é complexo e o divisor não; o 2.º quando o divisor é complexo e da mesma especie do dividendo; o 3.º quando o divisor é complexo e de differente especie do dividendo.

P. Como se effectua a divisão quando o dividendo é complexo e o divisor não?

R. Dividindo cada uma das differentes especies de unidades do dividendo pelo divisor, começando sempre pela mais elevada.

Exemplo

```
q.        arr.      lb.
32         3        26 | 9
                       ----------------
5 1.º resto            q. arr. lb.
4                      3   2   20 2/6
——
20
 3
——
23 2.º dividendo,
 5 2.º resto.
32
——
160
 26
——
186 3.º dividendo.
006 3.º resto.
```

Explicação

Querendo dividir 32 quintaes, 3 arrobas e 26 libras por 9, escreveremos o divisor 9 á direita do dividendo, como se vê acima, e começando pela unidade mais elevada, isto é, pelos quintaes, dividiremos 32 por 9, escreveremos o quociente 3, que exprime quintaes, no lugar para elle destinado, multiplicaremos este quociente pelo divisor 9, tiraremos o producto 27 do dividendo 32, converteremos o resto 5 em arrobas, multiplicando-o por 4 (porque 1 quintal tem 4 arrobas), ajuntaremos ao producto 20 as 3 arrobas do dividendo e teremos assim 23 arrobas;

dividiremos depois este novo dividendo 23 pelo divisor 9, escreveremos o novo quociente 2, que exprime arrobas, ao lado do primeiro, multiplicaremos este novo quociente pelo divisor 9, tiraremos o producto 18 de 23, converteremos o resto 5 em libras, multiplicando-o por 32 (porque 1 arroba tem 32 libras), ajuntaremos ao producto 160 as 26 libras do dividendo, e teremos 186 libras: dividiremos este novo dividendo 186 pelo divisor 9, escreveremos o novo quociente 20, que exprime libras, ao lado dos outros dous, multiplicaremos este novo quociente pelo divisor, tiraremos o producto 180 de 186, e não querendo continuar por diante, tomaremos o resto 6 para numerador, dando-lhe o divisor 9 por denominador; bem como acima se vê:

P. Como se effectua a divisão, quando o dividendo e o divisor são ambos complexos e da mesma especie?

R. Reduzem-se ambos á unidade de sua infima especie e divide-se o primeiro pelo segundo.

Exemplo

Querendo dividir 48 arrobas e 19 libras por 3 arrobas e 20 libras, reduziremos tanto o dividendo como o divisor, tudo a libras, e teremos, em vez de 48 arrobas e 19 libras, 1555 libras; e em vez de 3 arrobas e 20 libras, 116 libras; então em vez de dividir 48 arrobas e 19 libras por 3 arrobas e 20 libras, dividiremos 1555 libras por 116 libras, e acharemos para quociente $13\frac{47}{116}$.

P. Como se effectua a divisão, quando o divisor é complexo e de differente especie do dividendo?

R. Reduzem-se ambos á fracção da sua unidade principal, e divide-se a primeira dessas fracções pela outra.

Primeiro exemplo

Querendo dividir 190 arrobas e 24 libras por 4 annos e 7 mezes, reduziremos o dividendo a fracção da arroba e o divisor a fracção do anno; em vez de 190 arrobas e 24 libras teremos $\frac{6104}{32}$ da arroba, e em vez de 4 annos e 7 mezes teremos $\frac{55}{12}$ do anno, e dividindo então $\frac{6104}{32}$ por $\frac{55}{12}$, teremos $\frac{73248}{1760}$ da arroba. Extrahindo os inteiros desta expressão, para o que dividiremos o numerador 73248 pelo denominador 1760, acharemos 41 arrobas e de resto 1088, o qual converteremos em libras multiplicando-o por 32, e dividindo o producto 34816 pelo mesmo divisor 1760, acharemos no quociente mais 19 libras: assim teremos 41 arrobas e 19 libras para o quociente de 190 arrobas e 24 libras divididas por 4 annos e 7 mezes.

Segundo exemplo

Querendo dividir 64 canadas e 5 garrafas por 12 arrobas e 18 libras, reduziremos o dividendo, 64 canadas e 5 garrafas, a fórma de fracção, e teremos $\frac{517}{8}$ da canada, reduziremos tambem o divisor, 12 arrobas e 18 libras, a fracção, e teremos $\frac{402}{32}$ da arroba, e em vez de dividir 64 canadas e 5 garrafas por 12 arrobas e 18 libras, dividiremos $\frac{517}{8}$ por $\frac{402}{32}$, multiplicando 517, numerador da primeira, por 32, denominador da segunda, e 8, denominador da primeira, por

402, numerador da segunda, e teremos para resultado $\frac{16544}{3216}$ da canada. Extrahindo os inteiros desta expressão, para o que dividiremos o numerador 16544 pelo denominador 3216, acharemos 5 canadas para quociente, e 964 de resto; converteremos este resto em garrafas, multiplicando-o por 8 (porque cada canada tem 8 garrafas), e dividindo o producto 7712 pelo mesmo divisor 3216, teremos mais 2 garrafas: assim teremos 5 canadas e 2 garrafas para o quociente de 64 canadas e 5 garrafas divididas por 12 arrobas e 18 libras.

EXERCICIOS SOBRE AS FRACÇÕES E NUMEROS COMPLEXOS

1.º *problema*

Ganhando um obreiro 7 patacas e meia por dia, quanto ganhará em 9 dias e meio?

Explicação

Dando-se o preço da unidade, isto é, o ganho de um dia, e procurando-se o da quantidade — 9 $^1/_2$ dias, a questão resolve-se pela multiplicação — 7 $^1/_2 \times 9$ $^1/_2$. Chega-se ao mesmo resultado, procurando primeiro o ganho de 9 dias, depois o de $^1/_2$ dia e reunindo as duas quantidades.

2.º

Tendo um obreiro recebido 9$000 pelo trabalho de 4 dias e meio, pergunta-se quanto ganhava por dia?

Explicação

Dando-se o preço da quantidade, isto é o ganho de 4 $^1/_2$ dias e procurando-se o da unidade, o de um dia, a questão resolve-se pela divisão —9$000 : 4 $^1/_2$.

3.º

Tendo um obreiro recebido 11$000 por 5 $^1/_2$ dias de trabalho, mais 15$000 por 7 $^1/_2$ dias, mais 19$000 por 9 $^1/_2$ dias, pergunta-se quanto recebeo por tudo, quantos dias trabalhou e quanto ganhou por dia ?

Explicação.

Dando-se as diversas quantias recebidas pelo obreiro e os dias em que trabalhou de cada vez, a questão resolve-se em suas duas primeiras partes pela addição, e na ultima pela divisão.

4.º

Fazendo um obreiro 7 $^1/_2$ metros de obra por dia, pergunta-se quantos metros fará em 12 dias e 5 horas trabalhando 11 horas por dia.

Explicação

Dando-se o trabalho de um dia e procurando-se o de muitos, a questão resolve-se pela multiplicação—7 $^1/_2$ metros $\times$ 12 dias e 5 horas, ou 7 $^1/_2$ metros $\times$ 137 horas.

5.º

Tendo um obreiro feito 39 $^3/_4$ de metro de obra em 8 dias e 6 horas trabalhando 9 horas por dia, pergunta-se quantos metros fazia por dia?

Explicação

Dando-se a obra de muitos dias e procurando-se a de um dia, a questão resolve-se pela divisão — 39 $^3/_4$ metros: 8 dias e 6 horas, ou 39 $^3/_4$: 78 horas.

6.º

Um homem comprou 25,6 metros de panno; comprou mais 37,08; comprou mais 85,38; comprou finalmente mais 72.007, e pagou por tudo 540$000, pergunta-se quantos metros de panno comprou por tudo e quanto lhe custou cada metro?

Explicação

Dando-se a quantidade de panno comprado de cada vez, a questão resolve-se em sua primeira parte pela addição, e na segunda pela divisão — 540$000:25,6 + 37,08 + 85,38 + 72,007.

7.º

Um obreiro faz $^2/_5$ de metro de obra por dia, pergunta-se quanto fará em $^3/_4$ de dia?

8.º

Um obreiro faz por hora $^1/_8$ de metro de obra, pergunta-se quanto fará em 7 $^1/_2$ dias trabalhando 9 horas e $^3/_4$ por dia?

9.°

Uma pessoa morta em 12 de Agosto de 1830 tinha de idade 58 annos 9 mezes e 15 dias, pergunta-se em que anno, mez e dia nascera ?

10.°

Uma pessoa nascida em 9 de Março de 1800 morreu com 69 annos 10 mezes e 18 dias, pergunta-se qual o dia, mez e anno em que teve lugar a sua morte ?

11.°

Um homem gasta por anno 984,65 francos com a sua comida ; 315,9 com o aluguel da casa em que mora ; 320,7 com a sua roupa ; 492,8 com diversas outras despezas e sobrão-lhe no fim do anno 847,56 francos ; pergunta-se qual é a sua renda annual ?

12.°

Um homem que nascera em 20 de Janeiro de 1800 ; casou-se na idade de 28 annos e 7 mezes ; teve uma filha 3 annos e 5 mezes depois de seu casamento ; 18 annos e 10 dias depois do nascimento de sua filha morreu-lhe a mulher ; casou a filha 5 annos e 4 mezes depois deste triste acontecimento, e morreu 15 annos e 9 dias depois deste casamento, que idade tinha elle nestas differentes epochas de sua vida e em que annos aconteceram ellas ?

PARTE QUINTA

Das razões e proporções

DAS RAZÕES

P. Que se entende por uma razão?

R. Razão é o quociente que resulta da divisão de um numero por outro.

P. Qual é a razão de 3 para 12?

R. E' 4; porque 12 dividido por 3 dá 4.

P. Que se entende por termos de uma razão?

R. Chamão-se termos de uma razão os numeros que se comparão.

P. Quantos termos tem uma razão?

R. Uma razão tem sempre dous termos, dos quaes o primeiro se chama *antecedente*, e o segundo *consequente*.

P. Como se escreve uma razão?

R. Escreve-se uma razão collocando entre o primeiro termo e o segundo dous pontos; deste modo—3:12.

P. Qual é o antecedente desta razão?

R. E' 3.

P. Qual é o consequente?

R. E' 12.

P. Não se poderá escrever uma razão de outro modo?

R. Tambem se póde escrever uma razão em fórma de tracção, tomando o consequente para numerador; e o antecedente para denominador: assim—3:12 é mesmo que $\frac{12}{3}$.

P. Que alterações se podem fazer nos termos de uma razão sem se lhe alterar o valor?

R. Podem-se multiplicar, ou dividir os dous termos de uma razão por um mesmo numero sem se lhe alterar o valor; assim a razão de 3:7 é a mesma que a de 6:14, a mesma que a de 15:35, etc.; e a razão de 8:12 é a mesma que a 2:3.

P. Como se inverte uma razão?

R. Inverte-se uma razão tomando-se o consequente para antecedente, e o antecedente para consequente; assim 5:7 é a razão inversa de 7:5.

P. E não ha ainda outra especie de razão?

R. Ha a razão por differença.

P. E como se chama esta especie de razão?

R. Chama-se razão arithmetica para distinguil-a da outra que se chama razão geometrica.

P. Como se indica uma razão arithmetica?

R. Escrevendo-se entre os dous termos della um ponto; deste modo 7.21 (7 está para 21).

P. Qual é a razão arithmetica entre 7 e 21?

R. E' 14 (differença entre 21 e 7).

P. E a razão geometrica?

R. E' 3 (quociente de 21 dividido por 7.)

P. E como se chamão os dous termos de uma razão arithmetica?

R. Chamão-se (do mesmo modo que na razão geometrica) antecedente e consequente.

P. Qual é o antecedente e o consequente na razão 7.21?

R. O antecedente é 7 e o consequente 21.

P. Que mudanças se podem fazer nos termos de uma razão arithmetica sem se lhe alterar o valor?

R. Póde-se augmentar ou diminuir os seus dous termos de um mesmo numero, sem que ella fique alterada: assim 7.21 é a mesma razão que 9.23 e a mesma que 5.19.

DAS PROPORÇÕES

P. O que se entende por uma proporção?

R. Proporção é a igualdade de duas razões ou o ajuntamento de quatro numeros taes que o segundo contém ou é contido no primeiro, tanto quanto o quarto contém, ou é contido no terceiro: assim os numeros 3, 12, 7, 28 estão em proporção; porque o segundo 12 contém o primeiro 3, tanto quanto o quarto 28 contém o terceiro 7: do mesmo modo 15, 3, 35, 7 estão tambem em proporção; porque 3 é contido em 15 tantas vezes, quantas 7 é contido em 35.

P. Como se chamão os termos de uma proporção?

R. O primeiro termo e o quarto chamão-se extremos, o segundo e o terceiro chamão-se meios.

P. Quaes são os actecedentes de uma proporção?

R. São o primeiro termo e o terceiro.

P. Quaes são os consequentes?

R. São o segundo e o quarto.

P. Como se escreve uma proporção?

R. Escrevendo entre o primeiro termo e o segundo dous pontos, entre o segundo e o terceiro quatro e entre o terceiro e o quarto dous; deste modo—3:15::7:35.

P. Como se lê esta proporção?

R. Dizendo: 3 está para 15 assim como 7 está para 35.

P. Quaes são os meios desta proporção?

R. São 15 e 7.
P. Quaes são os extremos?
R. São 3 e 35.
P. Quaes são os antecedentes?
R. São 3 e 7.
P. Quaes são os consequentes?
R. São 15 e 35.
P. Quaes são as duas razões desta proporção.
R. A primeira é 3:15, a segunda é 7:35.

P. Qual é a propriedade fundamental das proporções?

R. E' ser o producto dos extremos igual ao producto dos meios.

P. E o que é preciso para que os numeros 2, 9, 8, 36 estejão em poporção?

R. E' preciso que o segundo 9, dividido, pelo primeiro, 2, dê o mesmo quociente, que o quarto, 36, dividido pelo terceiro, 8, ou antes, que o primeiro, 2, multiplicado pelo quarto, 36, dê o mesmo producto que o segundo, 9, multiplicado pelo terceiro, 8.

P. Que se entende por alternar uma proporção?

R. Alternar uma proporção é trocar o logar dos meios ou dos extremos: assim a proporção 2:9::8:36 sendo alternada dá 2:8::9:36, ou... 36:9::8:2.

P. Que se entende por inverter uma proporção?

R. Inverter uma proporção é passar os extremos para meios e os meios para extremos: assim a proporção 2:9::8:36 sendo invertida dá 9:2::36:8.

P. Que mudanças se podem fazer nos termos de uma proporção sem que esta fique alterada?

R. Em uma proporção pode-se multiplicar ou dividir um dos meios e um dos extremos por um mesmo numero, sem que ella fique alterada.

Exemplo

Se na proporção 2:7: :12:42 multiplicarmos os dous primeiros termos por 4, teremos a proporção 8:28: :12:42; se em vez de multiplicar os dous primeiros termos, multiplicarmos os dous antecedentes, isto é, o primeiro termo e o terceiro, teremos 8:7: :48:42; se multiplicarmos os dous consequentes, isto é, o segundo termo e o quarto, teremos 2:28: :12:168.

Do mesmo modo, se dividirmos os antecedentes por 2, teremos a proporção 1:7: :6:42.

P. Como se fazem desapparecer os termos fraccionarios de uma proporção.

R. Supprimindo o denominador deste termo, e multiplicando por este denominador um dos extremos, se o termo fôr meio; e um dos meios, se elle fôr extremo.

Exemplo

Se quizermos fazer desapparecer o termo fraccionario $\frac{8}{9}$ da proporção 4:27: :$\frac{8}{9}$:6, supprimiremos o denominador 9, e multiplicaremos por elle um dos extremos da proporção, por isso que $\frac{8}{9}$ é meio: teremos assim 36:27: :8:6, ou... 4:27: :8:54.

Outro exemplo

Se quizermos fazer desapparecer o termo fraccionario $\frac{2}{7}$ da proporção $\frac{2}{7}$:3: :8:84, supprimiremos o denominador 7, e multiplicaremos por elle um dos meios da proporção, por isso que $\frac{2}{7}$ é extremo : teremos assim 2:21: :8:84, ou 2:3: :56:84.

P. E não ha ainda outra especie de proporção ?

R. Ha a proporção por differença que se chama proporção arithmetica, ou mais propriamente equidifferença para distinguil-a da proporção por quociente que se chama tambem proporção geometrica.

P. Como se escreve uma proporção por differença ?

R. Escrevendo-se entre o primeiro e o segundo termos um ponto, entre o segundo e o terceiro dous pontos, entre o terceiro e o quarto um ponto ; deste modo 7.15:9.17 (7 está para 15 assim como 9 está para 17).

P. Quaes são as duas razões desta proporção ?

R. A primeira é 7.15 e a segunda 9.17.

P. Quaes são os meios e os extremos desta proporção ?

R. Os meios são 15 e 9 ; os extremos são 7 e 17.

P. Quaes são os antecedentes e os consequentes desta proporção ?

R. Os antecedentes são 7 e 9 ; os consequentes 15 e 17.

P. Qual é a propriedade fundamental da equidifferença, ou da proporção arithmetica ?

R. A propriedade fundamental da equidifferença, ou proporção arithmetica é ser a somma dos extremos igual á somma dos meios ; assim na proporção acima escripta a somma dos extremos, 7 e 17, é igual á somma dos meios, 15 e 9, (24).

P. Que mudanças se podem fazer nos termos de uma proporção arithmetica sem que ella fique alterada?

R. Podem-se augmentar ou diminuir os seus antecedentes, ou os seus consequentes; os dous primeiros termos, ou os dous ultimos, e em geral um meio e um extremo de uma mesma quantidade sem que a proporção fique alterada: assim se os numeros 7.15:9.17 estão em proporção arithmetica, os numeros 12.20:9.17; os numeros 12.15:14.17; os numeros 7.15:14.22; os numeros 2.10:9.17; os numeros 2.15:4.17; os numeros 7.15:4.12; os numeros 7.10:9.12; estarão tambem em proporção.

DA REGRA DE TRES

P. O que se entende por uma regra de tres?

R. Regra de tres é uma operação pela qual se determina um dos termos da proporção, quando se conhecem os outros tres.

P. Como determinaremos um dos termos da proporção, quando forem conhecidos os outros tres?

R. Se este termo for extremo, multiplicaremos os meios, e dividiremos o producto delles pelo outro extremo; e se for meio, multiplicaremos os extremos, e dividiremos o producto delles pelo outro meio.

Exemplo

Querendo determinar o valor de x na proporção 7:8: :35:x, como este termo é extremo, multiplicaremos os dous meios, 8 e 35, e dividiremos o producto 280 pelo extremo conhecido 7: acharemos assim 40 para o valor de x.

Outro exemplo

Querendo determinar o valor de x na proporção 2:9: :x:27, como este termo é meio, multiplicaremos os dous extremos 2, e 27, e dividiremos o producto 54 pelo outro meio 9, e teremos 6 para o valor de x.

P. E em uma equidifferença como se achará um dos seus termos, sendo conhecidos os outros tres ?

R. Se esse termo for meio, sommaremos os dous extremos e desta somma tiraremos o outro meio ; e se for extremo, sommaremos os dous meios e desta somma tiraremos o outro extremo.

Exemplo.

Querendo determinar o valor de x na equidifferença 7.15:9.x, sommaremos os dous meios, 15 e 9, e de sua somma, 24, tiraremos o extremo conhecido 7 e teremos 17 para o valor de x.

Outro exemplo

Querendo determinar o valor de x na equidifferença 7.15:x.17, sommaremos os dous extremos 7, e 17, e de sua somma, 24, tiraremos o meio conhecido 15 e teremos 9 para o valor de x.

P. Quaes são as questões que se resolvem pela regra de tres ?

R. Aquellas em que a quantidade procurada està em proporção com as conhecidas.

P. De quantas especies são estas questões ?

R. De duas : simples e compostas.

QUESTÕES SIMPLES

P. Que se entende por uma questão simples?

R. Questão simples é aquella em que a quantidade procurada só depende de uma circumstancia, como por exemplo, esta:

Custando uma peça de madapolam de 20 metros 14$800 rs., pergunta-se quanto se deve pagar por uma peça da mesma fazenda com 32 metros?

P. Como se conhece que esta questão é simples?

R. Porque a quantidade procurada, isto é, o preço da segunda peça, so depende de uma circumstancia, que é o comprimento della.

P. Quantas quantidades entrão em uma questão simples?

R. Em uma questão simples entrão sempre quatro quantidades, tres conhecidas e uma procurada.

P. Como resolveremos uma questão simples?

R. Para resolver uma questão simples é preciso pôl-a em proporção, e determinar o termo incognito dessa proporção.

P. Como poremos uma questão simples em proporção?

R. Escrevendo as quatro quantidades que entrão na questão, umas em seguimento das outras, de maneira que a primeira e a segunda sejão de uma mesma especie, a terceira e a quarta de outra, advertindo que se tivermos collocado no primeiro lugar a quantidade menor de uma especie, deveremos collocar no terceiro a quantidade menor da outra especie; e que pelo contrario, se tivermos collocado no primeiro lugar a quantidade maior de uma especie, deveremos tambem collocar no terceiro lugar a quantidade maior da outra especie.

P. E é indifferente começar a proporção pelo menor ou pelo maior termo de uma especie?

R. Sim; mas para que a quantidade procurada fique sempre no quarto lugar, deveremos começar a proporção pelo termo menor da primeira especie todas as vezes que ella dever ser maior que a conhecida de sua especie; e pelo contrario, deveremos começar a proporção pelo termo maior da primeira especie todas as vezes que a quantidade procurada dever ser menor que a conhecida de sua especie.

P. Como se representa o termo incognito de uma proporção?

R. Pondo em seu lugar um x.

EXEMPLOS

Primeira questão

Tendo um correio andado 21 myriametros em 14 horas, pergunta-se quantos myriametros andará em 36 horas continuando com a mesma velocidade?

Solução

E' facil de ver que nesta questão o numero procurado deve ser maior que 21; pois é claro que o correio em 36 horas deve andar mais myriametros do que em 14 horas; logo para que o termo procurado fique no quarto lugar, deveremos começar a proporção pelo menor termo da primeira especie ; deste modo :

$$\overbrace{14:36}^{\text{horas}} :: \overbrace{21:x.}^{\text{myr.}}$$

e determinando o valor de x, acharemos que o correio deverá andar 54 myriametros em 36 horas.

Segunda questão

Havendo um obreiro feito 15 metros de obra em 9 dias, pergunta-se quantos metros fará em 24 dias ?

Solução

Como o numero procurado deve ser maior que o conhecido da sua especie (pois é claro que o obreiro em 24 dias deve fazer maior obra do que em 15), deveremos começar a proporção pelo menor termo da primeira especie ; deste modo :

$$\overbrace{9:24}^{\text{dias}} : : \overbrace{15:x}^{\text{met.}}$$

e determinando o valor de x, acharemos que o obreiro deverá fazer 40 metros de obra em 24 dias.

Terceira questão

Tendo-se pago por uma peça de madapolam de 32 metros 14$400 rs., pergunta-se quanto se deverá pagar por outra da mesma qualidade com 21 metros ?

Solução

Como o numero procurado deve ser menor que o conhecido de sua especie (pois é claro que uma peça de panno de 21 metros deve custar menos que uma de 32), deveremos começar a proporção pelo maior termo da primeira especie; deste modo:

$$\overbrace{32:21}^{\text{met.}} : : \overbrace{14\$400:x}^{\text{réis}}$$

e determinando o valor de x, acharemos que a peça de madapolam de 21 metros deve custar 9$450.

Quarta questão.

Tendo 5 trabalhadores lavrado um campo em 18 dias, pergunta-se 9 trabalhadores da mesma força que os primeiros quantos dias gastarão para lavrar outro campo do mesmo tamanho?

Solução

Como o numero procurado deve ser menor que o conhecido de sua especie (pois é claro que 9 trabalhadores para lavrar um campo devem gastar menos dias do que 5 trabalhadores), deveremos começar a proporção pelo maior termo da primeira especie; deste modo:

$$\overbrace{9:5}^{\text{trab.}} : : \overbrace{18:x}^{\text{dias}}$$

e determinando o valor de x, acharemos que os

9 trabalhadores deverão gastar 10 dias para lavrar o campo.

Quinta questão

Tendo-se pago 441$000 réis por uma canôa de farinha com 315 hectolitros, pergunta-se quanto se deverá pagar por outra canôa de 400 hectolitros, sendo a farinha da mesma qualidade?

Solução

Como o numero procurado deve ser maior que o conhecido de sua especie (pois é claro que por 400 hectolitros de farinha se deve pagar mais do que por 315), deveremos começar a proporção pelo menor termo da primeira especie; deste modo:

$$315:400::441\$000:x$$

e determinando o valor de x, acharemos que pela canôa de 400 hectolitros se deverá pagar 560$000 réis.

Sexta questão

Tendo-se lavrado um campo em 7 dias fazendo-se trabalhar 12 homens, pergunta-se quantos homens se deverão empregar para lavrar um campo igual em 4 dias?

Solução

Como o numero procurado deve ser menor que o conhecido de sua especie (pois é claro que para lavrar um campo em 4 dias são precisos mais trabalhadores do que para lavral-o em 7 dias), deveremos começar a proporção pelo termo menor da primeira especie ; deste modo :

$$4:7::12:x$$

e determinando o valor de x, acharemos que serão precisos 21 trabalhadores para lavrar o campo em 4 dias.

QUESTÕES COMPOSTAS

P. Que se entende por uma questão composta?

R. Questão composta è aquella em que a quantidade procurada depende de mais de uma circumstancia, como por exemplo esta :

Um correio andando 8 horas por dia caminhou 108 leguas em 9 dias, pergunta-se quantas leguas caminhará elle em 12 dias andando 11 horas por dia?

P. Como se conhece que esta questão é composta?

R. Porque a quantidade procurada, isto é, o numero de legoas que deve andar o correio, depende de duas circumstancias : do numero de dias de marcha, e das horas que elle anda por dia.

P. Como se resolve uma questão composta?

R. Escrevendo-se todas as circumstancias de que depende a quantidade procurada, umas debaixo das outras, principiando pelo termo menor se o numero procurado dever ser maior que o conhecido da sua especie, e pelo maior se o numero procurado dever ser menor que o conhecido da sua especie ; passa-se um traço por baixo delles, e se estabelece uma proporção, a qual deverá ter por primeiro termo o producto dos primeiros termos de todas as circumstancias, por segundo termo o producto dos segundos termos dessas circumstancias, por terceiro o numero conhecido da especie do procurado, e por quatro x.

EXEMPLOS

Primeira questão

Tendo-se lavrado um campo em 12 dias, empregando-se neste serviço 5 homens, os quaes trabalhavão 8 horas por dia, pergunta-se em quantos dias se lavrará um campo da mesma grandeza, empregando-se nesse serviço 8 homens, que trabalhem 6 horas por dia?

Solução

E' claro que nesta questão o numero procurado depende de duas circumstancias; do numero de trabalhadores, e do numero das horas que elles trabalhão por dia. Attendendo á primeira circumstancia, diremos: Se 5 trabalhadores lavraram o campo em 12 dias, 8 trabalhadores o deverão lavrar em menos dias, e como o numero procurado deverá ser menor que o conhecido da sua especie, escreveremos os dous termos desta razão, começando pelo maior; deste modo — 8: 5

Passando á segunda circumstancia, diremos: Se os trabalhadores, trabalhando 8 horas por dia, lavraram o campo em 12 dias, trabalhando 6 horas por dia deverão gastar mais dias; e como o numero procurado deverá ser maior que o conhecido de sua especie, escreveremos os dous termos desta razão debaixo dos da outra, começando pelo menor ; deste modo :

8:5

6:8

passaremos depois um traço por baixo destas razões, e estabeleceremos uma proporção, cujo primeiro termo seja o producto dos primeiros termos, 8 e 6, destas razões; o segundo seja o producto dos segundos termos 5 e 8; o terceiro o numero conhecido, 12, da especie do procurando ; o quarto x ; bem como aqui se vê :

$$\frac{\begin{array}{c}8:5\\6:8\end{array}}{8\times6:5\times8::12:x}$$

ou

$$48:40::12:x$$

determinando o valor de x, acharemos que os 7 trabalhadores deverão gastar 10 dias para lavrar o campo.

Segunda questão

Um correio andando 7 horas por dia caminhou 105 legoas em 10 dias, pergunta-se quantas legoas caminhará em 13 dias andando 6 horas por dia.

Solução

Attendendo á primeira circumstancia, isto é, aos dias, diremos: Se o correio em 10 dias caminhou 105 legoas, em 13 dias deverá caminhar mais; como o termo procurado deverá ser maior que o conhecido de sua especie, deveremos escrever esta razão começando pelo termo menor; deste modo:

10:13

Passando á segunda circumstancia, isto é; ás horas de marcha, diremos: Se o correio andando 7 horas por dia caminhou 105 legoas, andando 6 horas por dia caminhará menos; como o termo procurado deve ser menor que o conhecido de sua especie, deveremos escrever esta razão debaixo da outra, começando pelo termo maior; deste modo:

10:13
7: 6

e passando um traço por baixo destas razões, estabeleeeremos uma proporção; cujo primeiro termo seja o producto dos primeiros termos 10, e 7, das duas razões; o segundo seja o producto dos segundos termos destas razões; o terceiro seja o numero conhecido, 105, da especie do procurado; o quarto seja x; bem como aqui se vê:

$$\begin{array}{r} 10:13 \\ 7:\ 6 \\ \hline \end{array}$$

$$10\times7:13\times6::105:x$$

ou

$$70:78::105:x$$

e determinando o valor de x, acharemos que o correio em 13 dias deverá andar 117 legoas.

Terceira questão

Um obreiro trabalhando 7 horas por dia, fez em 15 dias uma parede de 20 metros de comprimento e 11 de altura ; pergunta-se quantos dias gastará para fazer outra parede de 27 metros de comprimento e 8 de altura, trabalhando 9 horas por dia ?

Solução

Nesta questão o numero procurado depende de tres circumstancias ; do numero de horas que o obreiro trabalha por dia, do comprimento da parede, e da altura della. Attendendo á primeira circumstancia, isto é, ás horas de trabalho por dia, diremos : Se o obreiro, trabalhando 7 horas por dia, gastou 15 dias para fazer a parede, trabalhando 9 horas gastará menos dias ; e como o numero procurado deve ser menor que o conhecido da mesma especie, escreveremos esta razão começando pelo termo maior 9.

Passando á segunda circumstancia, diremos : Se tendo a parede 20 metros de comprimento o obreiro gastou 15 dias para a fazer ; tendo 27 deverá gastar mais ; e como o numero procurado deve ser maior que o conhecido de sua especie, deveremos escrever esta razão debaixo da outra começando pelo termo menor 20.

Passando á terceira circumstancia, diremos : Se tendo a parede 11 metros de altura o obreiro gastou 15 dias para a fazer, tendo 8 deverá gastar menos e como o numero procurado deve ser menor que o conhecido da sua especie, deveremos escrever esta razão debaixo das outras duas, começando pelo termo maior 11; e passando um traço por baixo de todas as razões, estabeleceremos uma proporção, cujo primeiro termo seja o producto dos primeiros termos de todas as razões; o segundo seja o producto dos segundos termos dessas razões; o terceiro seja o numero conhecido, 15 da especie do procurado; o quarto seja x; bem como aqui se vê:

$$9:7$$
$$20:27$$
$$11:8$$

$$9 \times 20 \times 11 : 7 \times 27 \times 8 :: 15 : x$$

ou

$$1980 : 1512 :: 15 : x$$

e determinando o valor de x, acharemos que o obreiro deverá gastar 11 dias e meio com pouca differença para fazer a parede de 27 metros de comprimento e 8 de altura.

Quarta questão

Tendo 6 trabalhadores cavado em 20 dias um fosso de 120 metros de comprimento, 12 de largura e 7 de profundidade, pergunta-se quantos dias gastarão 9 trabalhadores da mesma força que os primeiros para cavar um outro fosso de 280 metros de comprimento, 15 de largura e 6 de profundidade?

Solução

Nesta questão o numero procurado depende de quatro circumstancias, isto é, do numero dos trabalhadores, do comprimento, largura e profundidade do fosso.

Attendendo á primeira, diremos: Se 6 trabalhadores gastaram 20 dias para cavar o fosso, 9 trabalhadores da mesma força que os primeiros deverão gastar menos dias, e escreveremos esta razão começando pelo termo maior, 9, por isso que o numero procurado deve ser menor que o conhecido da sua especie.

Passando à segunda circumstancia, diremos: Se tendo o fosso 120 metros de comprimento os trabalhadores levaram 20 dias para o cavar, tendo 280 deverão levar mais; logo deveremos escrever esta razão debaixo da outra, começando pelo termo menor, 120, por isso que o numero procurado deve ser maior que o conhecido da sua especie.

Passando á terceira circumstancia, diremos: Se tendo o fosso 12 metros de largura os trabalhadores gastaram 20 dias, tendo 15 deverão gastar mais; logo deveremos escrever esta razão debaixo das duas outras começando pelo termo menor, 13, por isso que o numero procurado deve ser maior que o conhecido da sua especie.

Passando á quarta circumstancia, diremos: Se tendo o fosso 7 metros de profundidade os trabalhadores gastaram 20 dias para o cavar, tendo 6 deverão gastar menos; logo deveremos escrever esta razão debaixo das tres outras, começando pelo termo maior, 7, por isso que o numero procurado deve ser menor que o conhecido da sua especie.

E passando um traço por baixo de todas estas razões, estabeleceremos uma proporção, cujo primeiro termo seja o producto dos primeiros termos de todas as razões ; o segundo seja o producto dos segundos termos dessas razões ; o terceiro seja o numero conhecido, 20, da especie do procurado ; e o quarto seja x ; bem como aqui se vê :

$$\begin{array}{c} 9:6 \\ 120:280 \\ 12:15 \\ 7:6 \\ \hline \end{array}$$

$$9\times 120\times 12\times 7:6\times 280\times 15\times 6::20:x$$

$$90720:151200:20:x$$

e determinando o valor de x, acharemos que os 9 obreiros deverão gastar 33 dias e $\frac{9027}{30240}$ para cavar o fosso de 280 metros de comprido, 15 de largo, e 6 de fundo.

REGRA DE JUROS

P. Quando tem lugar a regra de juros ?

R. Tem logar a regra de juros, quando se trata de dinheiro posto a premio.

P. Quantas quantidades se podem determinar pela regra de juros.

R. Quatro ; convém a saber : o *juro*, quando se conhece o capital, o tempo, e a taxa annual, ou mensal : o *capital* quando se conhece o juro, o tempo e a taxa : o *tempo* quando se conhece o capital, o juro, e a taxa : a *taxa*, quando se conhence o capital, o juro, e o tempo.

P. De quantas especies é a regra de juros ?

R. De duas : simples e composta.

REGRA DE JUROS SIMPLES

P. Quando é que a regra de juros é simples?

R. Quando nella não se tem que attender juntamente ao capital e ao tempo, mas sómente a uma destas circumstancias.

Exemplos

Primeira questão

Deseja-se saber quanto ganha 650$000 réis por anno á razão de 5%?

Solução

Como o numero procurado deve ser maior que o conhecido da sua especie (por isso que 100$ réis ganhado 5$ réis no fim do anno, 650$ réis devem ganhar mais), escreveremos a proporção, começando pelo termo menor da primeira especie; deste modo:

100:650::5000:x

(100$ está para o capital dado assim como a taxa está para o juro procurado), e determinando o valor de x, acharemos que 650$000 réis devem ganhar 32$500 réis no fim do anno.

Tambem se pode achar mais finalmente o juro de uma quantia qualquer multiplicando-se essa quantia pela taxa e cortando-se duas cifras à direita do producto, deste modo:

	650000	capital dado
taxa	5	
juro	32500'00	

Segunda questão

Pergunta-se quanto ganha 650$ réis á razão de 1 $^1/_2$ % ao mez ?

Solução

Como o numero procurado deve ser maior que o conhecido da sua especie (por isso que 100$ réis ganhando 1 $\frac{1}{2}$ por mez, 650$ réis devem ganhar mais), escreveremos a proporção, começando pelo termo menor da primeira especie; deste modo :

$$100:650::1\tfrac{1}{2}::x$$

ou reduzindo o inteiro á forma de fracção :

$$100:650::\tfrac{3}{2}:x$$

ou fazendo desapparecer o denominador de $\frac{3}{2}$:

$$200:650::3000:x$$

e determinando o valor de x, acharemos que 650$ réis devem ganhar 9$750 réis no fim do mez.

(Quando a taxa é expressa por fracção pode-se achar o juro de uma quantia qualquer mais facilmente, cortando-se duas lettras á direita dessa quantia (tem-se assim o juro della a 1 %) e tomando-se uma parte do restante correspondente á fracção que exprime a taxa, e quando esta é expressa por inteiro acompanhado de fracção, reunem-se os dous resultados, deste modo :

6500(00	juro de 650$ rs. a 1 %
3250	juro a $^1/_2$ %
9750	juro a 1 $^1/_2$ %)

Terceira questão

Pergunta-se qual é o capital que posto a juro de 5% ao anno ganha 32$500 réis no fim do anno?

Solução

Como o numero procurado deve ser maior que o conhecido da sua especie (por isso que é claro que 100$ réis ganhando 5$000 réis, será preciso muito mais que 100$000 réis para ganhar 32$500 réis), escreveremos a proporção, começando pelo termo menor da primeira especie; deste modo:

$$5000:32500::100\$:x$$

e determinando o valor de x, acharemos que é preciso 650$ mil réis para ganhar 32$500 reis em um anno.

REGRA DE JUROS COMPOSTA

P. Quando é que a regra de juros é composta?
R. Quando na questão se tem de attender juntamente ao capital e ao tempo.

Exemplo

Primeira questão

Pergunta-se qual é o ganho de 850$000 réis em 2 annos, 5 mezes e 15 dias a razão de 1½ % ao mez?

Solução

Attendendo á primeira circumstancia, isto é, ao capital, diremos: Se 100$000 réis ganha $1\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ por mez, 850$ mil réis devem ganhar muito mais; logo devendo ser o numero procurado maior que o conhecido da sua especie, escreveremos esta razão começando pelo termo menor 100.

Passando á segunda circumstancia, isto é, á do tempo, diremos: Se o juro de um mez ou 30 dias é $1\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$, o juro de 2 annos, 5 mezes e 15 dias, deve ser muito maior; logo deveremos escrever esta razão debaixo da primeira começando pelo termo menor 30, por isso que o procurado deve ser maior que o conhecido da sua especie.

Passando depois uma risca por baixo destas razões, estabeleceremos uma proporção, cujo primeiro termo seja o producto dos primeiros termos das duas razões; o segundo seja o producto dos segundos termos dessas razões; o terceiro seja o numero conhecido da especie do procurado, $\frac{3}{2}$; e o quarto seja x; bem como aqui se vê:

$$\begin{array}{r} 100:850 \\ 30:855 \\ \hline 3000:752250::\frac{3}{2}:x \end{array}$$

ou fazendo desapparecer o denominador do termo fraccionario, $\frac{3}{2}$.

$$6000:752250::3000:x$$

e determinando o valor de x, acharemos que os 850$ mil réis em 2 annos 5 mezes e 15 dias devem ganhar 376$125 réis.

Segunda questão

Pergunta-se qual é o ganho de 520$000 réis em 7 annos e 9 mezes, á razão de 10°/₀ ao anno?

Solução

Attendendo ao capital, diremos: Se 100$ réis ganha 10$000 réis em um anno, 520$ réis devem ganhar muito mais; logo deveremos escrever esta razão, começando pelo termo menor, 100.

Passando ao tempo, diremos: Se 10$000 réis é o juro de um anno, ou doze mezes, o juro de 7 annos e 9 mezes, ou 93 mezes, deve ser muito maior, logo deveremos escrever esta razão debaixo da primeira, começando pelo termo menor; bem como aqui se vê:

$$\begin{array}{r} 100:520 \\ 12:\ 93 \\ \hline 1200:48360::10\$:x \end{array}$$

e determinando o valor de x, acharemos que os 520$000 réis em 7 annos e 9 mezes devem ganhar 403$ réis.

Terceira questão

Tendo-se recebido 650$ rs. de juros de um certo capital empregado a $1^1/_2{}^0/_0$ no espaço de 1 anno 7 mezes e 10 dias, pergunta-se qual foi este capital?

Explicação

Concebe-se que se soubessemos qual o juro de 100$ rs. a $1^1/_2{}^0/_0$ em 1 anno 7 mezes e 10 dias, bastaria uma simples proporção para achar o capital que deve produzir 650$ rs.

Portanto teremos estas duas proporções :

Para o juro de 100$

$$30:580::{}^3/_2:x$$

ou

$$60:580::3000:x=29000$$

Para achar o capital de 650$—29:650::100$:x

Donde se tira a seguinte regra : o juro de 100$ no tempo marcado está para o juro dado assim como 100$ está para o capital procurado.

Quarta questão

Tendo-se recebido 540$ pelo juro de 1:600$ á razão de $1^1/_2{}^0/_0$ ao mez, pergunta-se que tempo esteve esse capital empregado ?

Explicação

Concebe-se que se soubessemos qual o juro de 1:600$ rs. em um mez, bastaria uma simples proporção para achar o tempo necessario para com este capital ganhar-se 540$ rs.

Portanto teremos estas duas proporções:

Para achar o juro de 1:600\$ em 1 mez

$$100:1600::\tfrac{3}{2}:x$$

ou

$$200:1600::3000:x=24000$$

Para achar o tempo (n. de dias).

$$24\$:540\$::30:x$$

Donde a seguinte regra: o juro do capital dado (1:600\$) em um mez está para o juro marcado assim como 1 mez ou 30 dias está para o tempo procurado.

Quinta questão

Tendo-se recebido 920\$ pelo juro de 2:400\$rs. em 1 anno 5 mezes e 12 dias, pergunta-se qual a taxa.

Explicação

Concebe-se que se soubessemos qual o juro de 100\$ rs. no tempo dado, bastaria uma simples proporção para achar o juro de 100\$ em um mez ou a taxa procurada.

Portanto teremos estas duas proporções:

Para achar o juro de 100\$ no tempo dado:

$$2400\$:100\$::920\$:x=38333'$$

Para achar a taxa, o juro de 100$ em ummez.

522:30::38333:x

Donde a seguinte regra : o tempo dado reduzido a dias está para 30 (um mez) assim como o juro de 100$ no tempo dado está para a taxa procurada (juro de 100$ rs. em um mez).

REGRA DE JUROS COMPOSTOS

P. Quando tem lugar a regra de juros compostos?

R. Tem lugar a regra de juros compostos quando não somente o capital emprestado vence juros, mas ainda os juros dos annos anteriores não pagos vencem novos juros nos annos seguintes, como se forão novos capitaes emprestados : Assim, por exemplo, uma pessoa que tomou emprestado 4:000$ rs. a juros compostos de 10°/₀ ao anno, deverá pagar no fim do primeiro anno 4:400$ (4:000$ de capital e 400$ rs. de juros); no fim do segundo anno, 4:840$rs (4:400$ de capital e 440$ de juros); no fim do terceiro anno, 5:324$ (4:840$ de capital e 484$ de juros); nofim do quarto anno, 5:856$400 rs. (5:324$ de capital e 532$400 de juros.) e assim por diante, entretanto que a juros simples de 10°/₀ pagaria somente 5:600$ rs.

EXEMPLOS

Primeira questão

Tendo-se tomado por emprestimo 2:400$ rs. a juros compostos de 8 % ao anno, pergunta-se quanto se deverá pagar no fim de 6 annos?

Solução

E' claro que se soubessemos quanto se deveria pagar no fim de 6 annos pelo capital de 100$ rs. bastaria uma simples proporção para termos o que se deveria pagar no mesmo tempo por 2:400$ rs.

Portanto para acharmos logo o que dará 2:400$ a juros compostos de 8% ao anno no fim de 6 annos, seria preciso determinarmos primeiramente o que dá o capital 100$ no fim do anno e escrevermos esses dous termos um debaixo do outro, tantas vezes quantos são os annos que deve durar o emprestimo para com os productos delles estabelecermos uma proporção, deste modo:

$$\left.\begin{array}{r}100:108\\100:108\\100:108\\100:108\\100:108\\100:108\end{array}\right\}::2400\$:x$$

$100\times100\times100\times100\times100\times100:108\times108\times108\times108\times108\times108::2400\$:x$

Segunda questão

Tendo-se tomado o capital 2:500$ emprestado a juros compostos de 7 % ao anno por espaço de 6 annos 5 mezes e 9 dias, quanto se deverá pagar por elle no fim desse tempo?

Explicação

Procura-se primeiro quanto se deveria pagar por 100$ rs. em 6 annos, estabelecendo-se, como acima fica explicado, a seguinte proporção;

$$\left.\begin{array}{l}100:107\\100:107\\100:107\\100:107\\100:107\\100:017\end{array}\right\}::100\$:x$$

Procura-se depois quanto deveria ganhar esse novo capital a juros simples de $7_0|^0$ em 5 mezes e 9 dias; ajunta-se o capital com esse juro e estabelece-se uma proporção para achar quanto deve pagar-se pelo capital emprestado; dizendo-se: 100$ está para o seu producto assim como o capital dado, 2:500$, está para o producto que elle deve dar.

Terceira questão

Que capital se deve empregar a juros compostos, de $8^0|_0$ ao anno para no fim de 6 annos 5 mezes e 9 dias ter-se 12:000$ rs.?

Explicação

Procura-se primeiro quanto se teria com 100$ no tempo dado, conforme acima fica explicado, estabelece-se depois uma proporção para achar o capital que se deve dar para ter a quantia que se deseja, dizendo-se: o producto de 100$ com seus juros compostos está para 100$, assim como a quantia que se quer ter, 12:000$ rs., está para o capital procurado.

REGRA DE DESCONTO

P. Quando tem logar a regra de desconto?

R. Quando se quer receber a importancia de uma lettra antes de estar ella vencida.

P. De quantos modos se descontão as lettras?

R. De dous: ou tomando o desconto dentro, ou tomando o desconto fóra.

Desconto dentro

P. Como se rebate uma lettra, tomando o desconto dentro?

R. Busca-se quanto ganha 100$000 réis no tempo que falta para o vencimento da lettra, e se estabelece uma proporção, cujo primeiro termo seja 100 augmentado do seu juro; o segundo seja 100$; o terceiro a quantia da lettra; e o quatro x.

Exemplos

Primeira questão

Pergunta-se quanto se deve dar por uma lettra de 650$000 réis faltando 5 mezes e 16 dias para o seu vencimento, sendo descontada á razão de $1\frac{1}{2}$ por cento ao mez?

Solução

Deveremos primeiramente buscar quanto 100$ ganha no tempo que falta para se vencer a lettra isto é, em 5 mezes e 16 dias, dizendo: se

100$000 réis ganha $1\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ em 1 mez, ou 30 dias; em 5 mezes e 16 dias, ou 166 dias, ganhará muito mais, e estabelecendo esta proporção.

$$30:166::\tfrac{3}{2}:x$$

ou fazendo desapparecer o denominador do termo fraccionario, esta outra.

$$60:166::3000:x$$

e determinando o valor de x, acharemos que 100$ réis, no tempo que falta para se vencer a lettra, ganha 8$300 réis.

Conhecendo agora o juro de 100$000 réis no tempo que falta para se vencer a lettra, estabeleceremos uma proporção, cujo primeiro termo seja 108$300 reis isto é, 100$ réis e o seu juro; o segundo seja 100$ réis; o terceiro a quantia da lettra, 650$000 réis; e o quarto x; bem como aqui se vê:

108$300:100$000::650$:x

e determinando o valor de x acharemos que pela lettra de 650$000 réis só se deve dar 600$184 réis.

Segunda questão

Pergunta-se quanto se deve dar por uma lettra de 980$000 réis, faltando 3 mezes e 15 dias para o seu vencimento, sendo descontada á razão de 1°/₀ ao mez?

Solução

Buscaremos primeiramente quanto ganha 100$

no tempo que falta para se vencer a lettra, isto é, em 3 mezes e 15 dias, estabelecendo esta proporção:

30:105::1000:x

e determinando o valor de x, acharemos 3500. Estabeleceremos depois outra proporção, cujo primeiro termo seja 100$ rs. e o seu juro, o segundo seja 100$rs., o terceiro 980$., o quarto x; bem como aqui se vê:

103$500:100$::980$000:x

e determinando o valor de x acharemos que pela lettra de 980$ só se deve dar 946$859 réis.

Desconto fóra

P. Como se rebate uma lettra tomando o desconto fóra?

R. Procura-se quanto ganha a quantia da lettra no tempo que falta para o seu vencimento, e subtrahe-se este ganho da quantia della.

EXEMPLOS

Primeira questão

Pergunta-se quanto se deve dar por uma lettra de 650$ rs. faltando 6 mezes e 16 dias para o seu vencimento, sendo descontada á razão de $1^1/_2$ por cento ao mez?

Solução

Procuraremos quanto ganha a quantia da lettra (650$) no tempo que falta para o seu vencimento, 5 mezes e 16 dias, e subtrahindo o juro que é 53$950, da quantia della, 650$ rs., acharemos para resto 596$050, e esta é a quantia que se deve dar pela lettra.

Segunda questão

Pergunta-se quanto se deve dar por uma lettra de 980$ rs., faltando 3 mezes e 15 dias para o seu vencimento, sendo descontada á razão de 1 por cento ao mez?

Solução

Buscaremos quanto ganha a quantia da lettra (980$rs.) no tempo que falta para o seu vencimento, 3 mezes e 15 dias, e subtrahindo o juro, que é 34$300, da quantia da lettra, 980$ rs., acharemos para resto 945$700 rs. e esta é a quantia que se deve dar pela lettra.

REGRA DE CAMBIO

P. O que é que se chama regra de cambio?

R. Chama-se regra de cambio aquella que tem por objecto achar o valor de uma quantia dada em dinheiro de um paiz em dinheiro de outro paiz.

P. O que se entende por cambio?

R. Entende-se por cambio a relação em que o dinheiro de um paiz se acha para com o dinheiro de outro.

P. De quantos modos pode ser o cambio?

R. O cambio pode ser de dous modos—directo e indirecto.

P. Quando é que o cambio é directo?

R. O cambio é directo quando exprime a relação existente entre o dinheiro de dous paizes sem recorrer ao dinheiro de outros.

P Quando é que o cambio é indirecto?

R. O Cambio é indirecto quando exprime a relação existente entre os dinheiros de dous paizes por meio da relação existente entre os dinheiros de outros.

EXEMPLOS DE CAMBIO DIRECTO

Primeira questão

Achando-se o cambio entre Pernambuco e Paris a 380 rs. por franco, pergunta-se quanto se deve dar aqui para ter em Paris 4500 francos?

Explicação

Sendo necessario dar 380 rs. aqui para ter um franco em Paris, é claro que para ter 4500 francos naquella Praça serà preciso dar aqui 4500 vezes 380 rs.

Segunda questão

Sendo o curso do cambio o mesmo que na primeira questão, pergunta-se quantos francos se terá em Paris dando-se aqui 3:200$ rs.?

Explicação

Sendo necessario dar 380 rs. aqui para ter 1 franco em Paris é claro que dando-se aqui

3:200$ rs. se deverá ter em Paris tantos francos quantas vezes esta ultima quantia contiver a primeira.

Terceira questão

Estando o cambio entre Pernambuco e Londres a 25 $^1/_2$ dinheiros por 1$000 rs., pergunta-se quantas libras se tera em Londres dando-se aqui 6:400$000 rs.?

Solução

Sendo preciso dar aqui 1$000 rs. para ter em Londres 25 $^1/_2$ dinheiros, é claro que dando-se aqui 6:400$ rs. se deverá ter em Londres muito mais dinheiros, donde a seguinte proporção:

$$1\$000 : 6400\$000 :: 25\,^1/_2 : x$$
$$1\$000 : 6400\$000 :: \tfrac{51}{2} : x$$
$$2\$000 : 6400\$000 :: 52 : x = 163200 \text{ d.}$$

E como 12 dinheiros fazem 1 soldo e 20 soldos uma libra, teremos 163200 dinheiros=680 libras.

Quarta questão

Sendo o curso do cambio entre Pernambuco e Londres o mesmo que na questão precedente, pergunta-se quanto se deverá dar aqui para ter em Londres 840 libras 15 soldos e 9 dinheiros?

Solução

Sendo preciso dar aqui 1$000reis para ter em Londres 25 $^1/_2$ dinheiros, é claro que para ter naquella Praça 840 libras 15 soldos e 9 dinheiros se deverá dar aqui muito mais, donde a seguinte proporção:

$$25\,{}^1/_2 : 201789 :: 1\$000 : x$$
$$\tfrac{51}{2} : 201789 :: 1\$000 : x$$
$$51 : 201789 :: 2\$000 : x = 7:913\$019 \text{ rs.}$$

EXEMPLOS DE CAMBIO INDIRECTO

Primeira questão

Estando o cambio entre Pernambuco e Paris a 380 rs. por franco e entre Paris e Londres a 25 francos por libra esterlina, pergunta-se qual é o cambio entre Pernambuco e Londres por meio de Paris?

Solução

Sendo o curso do cambio entre Pernambuco e Londres expresso por um certo numero de dinheiros esterlinos no valor de 1$000 rs., é claro que a questão se resolverá procurando quantos dinheiros esterlinos se deverá ter em Londres dando-se em Paris o numero de francos correspondente a 1$000 rs. dados aqui, donde a seguinte proporção:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Rs.} & 380 : 1 \text{ franco} \\ \text{Fr.} & 25 : 240 \text{ d. (1 libra)}\end{array}\right\} :: 1\$000 : x$$

$$380 \times 25 : 240 :: 1\$000 : x = 25\,{}^5/_{19}$$

E' pois o curso do cambio entre Pernambuco e Londres por meio de Paris $25\,\frac{5}{19}$ dinheiros por 1$000 rs.

Segunda questão

Sendo o curso do cambio o mesmo que na questão precedente, pergunta-se quanto se deverá dar aqui para ter em Londres 400 libras e 16 soldos?

Solução

Sendo claro que para achar-se quanto se deve dar aqui para ter em Londres 400 libras e 16 soldos, é preciso saber-se quanto se deve dar em Paris para ter alli essa quantia; teremos a seguinte proporção:

$$\left.\begin{array}{r} 240:25 \text{ francos} \\ 1:380 \text{ rs.} \end{array}\right\} \begin{array}{l} ..\text{lb.} \quad \text{s.} \qquad\quad \text{s.} \\ ..400 \quad 16 \text{ ou } 8016{:}x \end{array}$$

$$240:25\times380::8016:x=3:807\$600$$

Terceira questão

Estando o cambio entre Amsterdam e Paris a 54 dinheiros grossos por 3 francos, entre Paris e Londres a 25 francos por libra esterlina, entre Londres e Lisbôa a 50 dinheiros por 1$000 rs. pergunta-se quanto se deverá dar em Amsterdam para ter em Lisbôa 4:000$ rs.?

Solução

Como para saber-se quanto se deve dar em Amsterdam para ter em Lisbôa 4:000$ rs. é preciso saber-se quanto se deve dar em Paris para ter essa quantia em Amsterdam, e quanto se deve dar em Londres para ter a mesma quantia em Amsterdam, teremos a seguinte proporção :

$$\left.\begin{array}{r}1\$000:50\\ 240:25\\ 3:54\end{array}\right\}::4000\$:x=375000 \text{ d. g.}$$

Quarta questão

Estando o cambio, como acima, entre Amsterdam, Paris, Londres e Lisbôa e estando entre Lisbôa e Pernambuco a 195 por 100, pergunta-se quanto se deverá dar em Amsterdam para ter aqui 12:000$ rs, ?

Solução

$$\left.\begin{array}{r}195:100\\ 1\$000:50\\ 240:25\\ 3:54\end{array}\right\}::12\$000:x$$

REGRA DE COMPRA E VENDA DE FUNDOS PUBLICOS

P. O que se entende por Fundos publicos ?

R. Fundos publicos são capitaes emprestados ao Estado, ordinariamente por tempo indeterminado, vencendo porém um certo juro que é pago de 6 em 6 mezes ou annualmente.

O capital empregado pode soffrer variações por differentes causas, mas a renda não soffre nunca alteração.

P. E como o dono destes capitaes poderá entrar no reembolso delles quando precisar, se o Estado os não paga em tempo certo ?

R. O dono dos capitaes empregados em Fundos publicos póde entrar no reembolso delles vendendo-os a outro capitalista, o que se faz quasi sempre por meio de agentes chamados corretores que percebem por esse trabalho uma certa porcentagem.

P. Os Fundos publicos tem todos o mesmo valor?

R. Não; os Fundos publicos são de differentes valores, isto é, uns são de 3 °|₀,—outros de 4 °|₀— outros de 5 °|₀—.

P. E de que depende esta differença?

R. Depende das circumstancias, mais ou memos difficeis, em que o emprestimo foi effectuado.

P. O que se entende por curso da renda?

R. Curso da renda é a quantia que se deve dar para comprar um capital de 100$ rs. em qualquer especie de Fundos publicos.

P. De quantos modos póde ser o curso da renda?

R. O curso da renda pode ser de tres modos —ao par—acima do par—e abaixo do par.

P. Quando é que o curso da renda está ao par?

R. Quando para ter 100$ rs. de capital nessa renda se deve pagar igual quantia.

P. Quando é que o curso da renda está acima ou abaixo do par?

R. O curso da renda está acima do par quando para ter nella o capital de 100$ rs. é preciso pagar mais do que esta quantia, por exemplo, 103$ rs.; está abaixo do par quando se deve pagar menos, por exemplo, 94$ rs.

EXEMPLOS

Primeira questão

Quer-se saber quanto se deve pagar por.... 4:800$ rs. de capital de renda de 5 °[o ao curso de 80, sendo a corretagem de $^1/_2$ °/o

Solução

Como com 80$ se compra 100$ de capital dessa renda, é claro que para comprar 4:800$ rs de capital della se deverá pagar maior quantia, o que dá a seguinte proporção:

100$:4800$::80$:x=3:840$000 rs.	
Porcentagem a $^1/_2$ °/o	19$200
Somma a pagar	3:859$200

Segunda questão

Tendo-se pago 3:859$200 rs. por um capital de renda de 5 °/o ao curso de 80, sendo a corretagem de $^1/_2$ °[o pergunta-se qual é esse capital?

Solução

Como para ter 100$ rs. de capital dessa renda é preciso pagar 80$ rs. de curso mais 400 rs. de corretagem a $^1/_2$ °/o ou 80$400 rs., é claro que com 3:859$200 rs. se deverá comprar muito mais de 100$ rs. de capital, o que dá a seguinte proporção:

80$400:3859$200 :: 100$:x=4:800$000

Terceira questão

Tendo-se pago 3:859$200 rs. por 4:800$ rs. de capital da renda de 5 $^o|_o$ inclusive a corretagem de $^1|_2$ $^o|_o$ pergunta-se qual o curso da renda?

Solução

Como se pagou 3:859$200 rs. por 4:800$ rs. de capital dessa renda inclusive a corretagem de $^1|_2$ $_o|^o$, é claro que por 100$ rs. de capital se deverá pagar menos, o que dà a seguinte proporção:

4800$:100$::3859$200:x=80$400

Sendo 80$400 a somma de duas quantias—o curso da renda e a corretagem, acharemos a primeira fazendo a seguinte proporção:

100500:100000::80400:x=80$ curso da renda.

REGRA DE VENCIMENTO OU PRASO COMMUM

P. Oque é que se chama regra de vencimento ou praso commum?

R. Chama-se regra de vencimento ou praso commum aquella que tem por objecto determinar um novo praso no qual se possa fazer de uma só vez o pagamento de differentes quantias que se devião pagar em epochas diversas.

EXEMPLOS

Primeira questão

Um negociante aceita tres lettras—uma de

2:000$ rs. a 6 mezes —outra de 3:200$ rs. a 8 mezes—outra de 1:200$ rs. a 12 mezes, pergunta-se em que tempo poderá elle pagar estas tres lettras de uma só vez sem prejuizo seu nem do credor?

Explicação

Pelo enunciado da questão vê-se que o devedor devia ter em seu poder a importancia da 1.ª lettra pelo espaço de 6 mezes; a importancia da 2.ª pelo espaço de 8 mezes; e a importancia da 3.ª pelo espaço de 12 mezes. Para pois pagar de uma só vez a somma destas tres quantias sem prejuizo seu nem do credor, é preciso que a conserve em seu poder pelo tempo necessario para com ellas ganhar o que ganharia com a importancia das tres lettras nos prasos de seus vencimentos.

Ora, com 2:000$ (valor da 1.ª lettra) em 6 mezes elle ganharia tanto quanto com 6 vezes 2:000$ rs. ou 12:000$, em um mez; com 3:200$ (valor da 2.ª lettra) em 8 mezes elle ganharia tanto quanto com 8 vezes 3:200$ ou 25:600$, em um mez; e com 1:200$ (valor da 3.ª lettra) em 12 mezes elle ganharia tanto quanto com 12 vezes 1:200$ ou 14:400$, em um mez.

Conseguintemente deve conservar a somma a pagar, 2:000$+3:200$+1:200$ ou 6:400$, em seu poder pelo tempo necessario para com ella ganhar o que ganharia com 12:000$ + 25:600+ 14.400$ ou com 52:000$ em um mez, o que dá a seguinte proporção:

6400$:52000$::1:x=8 mezes e 5 dias.

Segunda questão

Um negociante compromette-se para com outro a pagar 8:000$ rs. no fim de 9 mezes, mas antes de findo esse praso, fez tres avanços ao seu credor—o 1.º de 1:000$ sete mezes antes do dito praso; o 2.º de 2:000$$ cinco mezes antes; o 3.º de 3:000$ dous mezes antes, pergunta-se quanto deve elle ainda e em que praso deve fazer esse pagamento sem prejuizo seu nem do credor?

Explicação

E' claro que tendo o devedor pago 1:000$ sete mezes antes dessa epocha e 3:000$ dous mezes antes della, privou-se do lucro que poderia ter com essas quantias nesses tempos; portanto deve reter o ultimo pagamento em seu poder pelo tempo necessario para com elle ganhar o que teria ganho com os avanços que fez sem a isso ser obrigado.

Ora com 1:000$ em 7 mezes elle ganharia tanto quanto com 7 vezes 1:000$, ou 7:000$ rs. em um mez; com 2:000$ em 5 mezes elle ganharia tanto quanto com 5 vezes 2:000$ ou 10:000$ rs. em um mez; e com 3:000$ em 2 mezes ganharia tanto quanto com 2 vezes 3:000$ em um mez, conseguintemente deve reter em seu poder o ultimo pagamento, 2:000$ rs., por tanto tempo quanto for necessario para com essa quantia ganhar o mesmo que ganharia com 7:000$ + ... 10:000$ + 6:000$ rs, ou 23:000$ rs., em um mez, o que dá a seguinte proporção:

2000$:23000$::30:x=345 ou 11 mezes e 15 dias.

Terceira questão

A Firma Almeida e Companhia pagou differentes saques da Firma Ribeiro e Souza, sendo o 1.º de 8:000$ rs., o 2.º de 6:000$ rs. 3 mezes depois do primeiro, o 3.º de 5:000$ rs. 7 mezes depois do segundo; a Firma Ribeiro e Souza por sua vez pagou tambem differentes saques da Firma Almeida e Companhia, sendo o 1.º de 12:000$ rs. 3 mezes depois de pago por esta o seu primeiro saque, o 2.º de 9:000$ rs. 5 mezes depois do primeiro pagamento, pergunta-se qual é no fim do anno o balanço dos juros entre as duas casas sendo a taxa de 8°/₀ ao anno?

Explicação

Como a 1.ª Firma desembolsou 8:000$ por espaço de 12 mezes—6:000$ rs. por espaço de 9 mezes—e 5:000$ rs. por espaço de 5 mezes, é claro que privou-se dos lucros que poderia ter tido com essas quantias nos prasos dados, o que equivale aos lucros que poderia ter tido com 12 vezes 8:000$ rs. ou 96:000$ rs., em um mez, com 9 vezes 6:000$ rs, ou 54:000$ rs., em um mez e com 5 vezes 5:000$ ou 25:000$ rs. em um mez, ou com 96:000$ + 54:000$ + 25:000$, isto é com 175:000$ rs., em um mez.

Do mesmo modo a 2.ª Firma com os pagamentos que fez privou-se do lucro que poderia ter tido com 10:000$ em 9 mezes, ou com...... 90:000$ em um mez e com 9:000$ rs. em 7 mezes ou com 63:000$ rs. em um mez, o que equivale ao lucro de 9:000$ rs. + 63:000$ rs. ou 153:000$ rs., em um mez.

Tendo pois a 1.ª Firma direito ao lucro de... 175:000$ em um mez e a 2.ª ao lucro de 155:000$ tambem em um mez, é claro que esta é obrigada á outra pelo lucro que poderia produzir... 175:000$--155:000$ ou 20:000$ rs., em um mez, o que á razão de 8°/₀ ao anno, dá 1:333$333 rs.

E' pois a Firma Ribeiro e Souza devedora a Pereira Almeida e Companhia da quantia de 1:333$133 rs por saldo de juros no fim do anno.

REGRA DE DIVISÃO PROPORCIONAL

P. O que se chama regra de divisão proporcional?

R. Chama-se regra de divisão proporcional aquella que tem por fim dividir um numero em partes que tenhão entre si razões dadas.

EXEMPLOS

Primeira questão

Quer-se dividir o numero 1080 em tres partes que tenhão entre si as mesmas razões que os numeros 3—5—7.

Explicação

Se o numero a dividir fosse 15 (somma dos numeros 3—5—7), as partes procuradas serião estes mesmos numeros, logo sendo o numero a dividir 1080, as partes procuradas devem ter com as partes 3—5—7 a mesma razão que o numero 1080 tem com 15.

Assim acharemos essas partes estabelecendo as tres seguintes proporções e tirando de cada uma dellas o valor do termo desconhecido:

15:1080: :3:x
15:1080: :5:x
15:1080: :7:x

Segunda questão

Quer-se repartir 1:020$ rs. por tres pessoas de maneira que a segunda tenha $^3/_5$ que tiver a primeira e a terceira tenha $^7/_8$ do que tiver a segunda, pergunta-se quanto deve ter cada uma?

Explicação

Se conhecessemos a parte da primeira pessoa teriamos a da segunda, tomando $^3/_5$ dessa parte e teriamos a da terceira tomando $^7/_8$ dessa ultima, mas como não conhecemos nenhuma das partes, representaremos a primeira pela unidade ou por um numero qualquer, ou antes, para evitar fracções, por 40, producto dos denominadores 5 e 8. A segunda parte, devendo ser $^3/_5$ da primeira, será $^3/_5$ de 40 ou 24, e a terceira, devendo ser $^7/_8$ da segunda, será $^7/_8$ de 24 ou 21.

Assim teremos os numeros 40—24—21 nas mesmas condições que os numeros 3—5—7 da primeira questão, pelo que procederemos a respeito delles, estabelecendo as seguintes proporções e tirando de cada uma dellas o valor desconhecido:

85:40: :1020$:x
85:24: :1020$:x
85:21: :1020$:x

aquelle que entrou para a sociedade com maior quantia deve ter direito a maior parte do lucro ; e que por conseguinte a questão se reduz a dividir o lucro total 9:000$ rs, em tres partes que tenhão entre si as mesmas razões que as entradas parciaes 8:500$—7:400$—3:200$.

Donde as tres proporções :

19100$:8500$: :9000$:x
19100$:7400$: :9000$;x
19100$;3200$: :9000$:x

O que se resume no seguinte enunciado : A entrada total está para a entrada parcial assim como o ganho total está para o ganho parcial.

Segunda questão

Quatro obreiros de igual força e mestria ajustaram uma obra por 3:200$ rs. O 1.º trabalhou nessa obra 100 dias, o 2.º 120 e o 3.º 80, pergunta-se quanto deve ter cada um ?

Explicação

Concebe-se que se os obreiros tivessem trabalhado todos igual numero de dias, cada um teria direito a $^1/_3$ do preço da obra, mas que naõ tendo sido assim, devem elles receber quantias differentes, conforme o numero de dias em que trabalharam. Conseguintemente a questão se reduz ainda a dividir o preço da obra, 3:200$ rs., em tres partes que tenhão entre si as mesmas razões que os dias de trabalho dos tres obreiros, o que dá, como cima, as tres proporções:

300:100: :3200$:x
300:120: :3200$:x
300:80 : :3200$:x

Terceira questão

Tres negociantes formaram uma sociedade que durou 12 mezes, entrando todos com igual quantia, mas o 1.º retirou sua entrada 2 mezes antes da dissolução da sociedade e o 2.º a sua 4 mezes depois della começada; achou-se afinal que o lucro foi de 6:400$ rs., pergunta-se quanto toca a cada um?

Explicação

Tendo os tres negociantes entrado para a sociedade com quantias iguaes, terião direito a igual parte do lucro se todos tivessem conservado seus capitaes na sociedade por igual tempo, não tendo porém sido assim, é claro que cada um deve ter uma parte do lucro em relação ao tempo em que o seu capital esteve empregado. Deste modo a questão se reduz como nas primeiras, a dividir o lucro 6:400$ rs. em tres partes que tenhão entre si as mesmas relações que os numeros 12—10—8 que exprimem o tempo em que os negociantes tiveram seus capitaes empregados, o que dá as tres proporções:

30:12: :6400$:x
30:10: :6400$:x
30:8 : :6400$:x

Quarta questão.

Quatro negociantes formaram uma sociedade na qual ganharam 18:000$ rs entrando o 1.° com 3:000$ rs. por 8 mezes ; o 2.° com 4:000$ por 5 mezes ; o 3.° com 5:000$ rs. por 6 mezes e o 4.° com 2:000$ rs. por 4 mezes, pergunta-se quanto toca a cada um ?

Explicação

Concebe-se que devendo o lucro de cada socio estar em relação com sua entrada e com o tempo em que a teve empregada, deverá estar em relação com o producto dessa entrada multiplicada pelo tempo, porque é claro que o 1.° socio com 3:000$ rs. em 8 mezes deverá ganhar tanto quanto ganharia com 8 vezes 3:000$ rs. em um mez ; que o 2.° com 4:000$ rs. em 5 mezes deverá ganhar tanto quanto com 5 vezes... 4:000$ rs. em um mez ; que o 3.° com 5:000$ rs. em 6 mezes deverá ganhar tanto quanto com 6 vezes 5:000$ rs. em um mez, que o 4.° com 2:000$ rs. em 4 mezes deverá ganhar tanto quanto com 4 vezes 2:000$ rs. em um mez.

Assim a questão se reduz a dividir o lucro da sociedade—18:000$ rs.—em quatro partes taes que tenhão entre si as mesmas razões que os productos 24:000$ rs.—20:000$ rs.—30:000$ rs. —8:000$ rs. : resultantes da multiplicação de 3:000$ rs. por 8—de 4:000$ rs. por 5— de.... 5:000$ rs. por 6—de 2:000$ por 4—o que dá as quatro seguintes proporções :

82000$:24000$::18000$:x
82000$:20000$::18000$:x
82000$:30000$::18000$:x
82000$: 8000$::18000$:x

das quaes se póde deduzir a seguinte regra:

A somma dos productos das entradas multiplicadas pelos tempos está para cada um destes productos assim como o ganho total está para o ganho de cada um.

REGRA DE LIGA

P. O que é que se chama regra de liga?

R. Chama-se regra de liga aquella que tem por objecto a mistura de materias de differentes especies comtanto que essas materias sejão susceptiveis de ser misturadas.

P. De quantos modos pode ser a regra de liga?

R. A regra de liga pode ser de dous modos —directa e inversa.

P. Quando é que a regra de liga é directa?

R. A regra de liga é directa quando dada a proporção das materias misturadas e o preço, titulo ou peso especifico dellas, se procura o preço, titulo ou peso especifico da mistura.

P. Quando é que a regra de liga é inversa?

R. A regra de liga é inversa quando dado o preço, titulo, ou peso especifico da mistura e das materias de que ella se compõe, se procura a proporção mutua dessas materias.

EXEMPLOS DA REGRA DE LIGA DIRECTA

Primeira questão

Um taverneiro tem tres qualidades de vinho, a saber: 200 litros de preço de 500 rs., 150 de preço de 600 rs., e 120 de preço de 720 rs.; per-vinho que se quer ter (50 litros), se ella fosse toda do da 1.ª qualidade (de 800 rs.), toma-se a differença entre esse producto (40$000 rs.) e o preço total dado da mistura (37$000 rs.), e divide-se essa differença (3$000 rs.) pela differença (200) dos preços das duas qualidades de que se compõe a mistura (800 rs.—600 rs.). O resultado mostrará a quantidade que se deverá tomar do vinho da 2.ª qualidade.

Achar-se-ha quanto se deverá tomar do da 1.ª, tomando a differença entre a quantidade total da mistura (50 litros) e a quantidade achada do da 2.ª qualidade, ou então procedendo como acima, mas procurando quanto custaria a mistura se fosse toda do vinho da 2.ª qualidade, deste modo:

Para achar o vinho da 2.ª qualidade, teremos:
Preço do vinho sendo todo da 1.ª qualidade.

800 × 50 =	40$000
Preço da mistura	37$000
Differença	3$000:200=15. 2.ª q.

Para achar o vinho da 1.ª qualidade, teremos:

600 × 50 =	30$000
	37$000
	7$000 : 200=35 1.ª q.

PROVA

15 l. a 600 rs. =	9$000
35 a 800 rs. =	28$000
50	37$000

Segunda questão

Um ourives tem duas qualidades de ouro, a saber: a 1.ª de 22 quilates e a 2.ª de 17 quilates; pergunta-se quanto deverá elle tomar de uma e outra qualidade para formar uma barra de peso de 100 oitavas e que seja de 20 quilates, ou que tenha 2000 quilates?

Solução

Para achar o numero de oitavas de ouro da 2.ª qualidade, teremos:

$$\begin{array}{lr} & 100 \times 22 = 2200 \\ & 100 \times 20 = 2000 \\ \hline \text{Differença} & 200 : 5 = 40 \text{ oitavas.} \end{array}$$

Para achar o ouro da 1.ª qualidade, teremos:

$$\begin{array}{r} 100 \times 17 = 1700 \\ 100 \times 20 = 2000 \\ \hline 300 : 5 = 60 \text{ oitavas.} \end{array}$$

PROVA

$$\begin{array}{rr} 40 \times 17 = & 680 \\ 60 \times 22 = & 1320 \\ \hline 100 & 2000 \end{array}$$

Terceira questão

Uma sociedade de 48 pessoas, homens e mulheres, deu um baile para o qual cada homem concorreu com 30 francos e cada mulher com 20.

A despesa total foi de 1260 francos, pergunta-se quantos homens e quantas mulheres compunhão essa sociedade?

Solução

Para achar o numero de homens.

$$\begin{array}{r} 48 \times 20 = 960 \\ 1260 \\ \hline 300 : 10 = 30 \text{ homens.} \end{array}$$

Para achar o numero de mulheres.

$$\begin{array}{r} 48 \times 30 = 1440 \\ 1260 \\ \hline 180 : 10 = 18 \text{ mulheres.} \end{array}$$

PROVA

30 homens a 30 francos =	900 francos.
18 mulheres a 20 francos =	360 francos.
48 pessoas	1260 francos.

REGRA DE FALSA POSIÇÃO

P. O que é que se chama regra de falsa posição?

R. Chama-se regra de falsa posição aquella que tem por fim achar a quantidade procurada por meio de supposições feitas a respeito della.

P. Em que consiste a falsa posição?

R. A falsa posição consiste no numero que se suppõe dever satisfazer as condições do problema.

P. De quantos modos pode ser a regra de falsa posição?

R. De dous modos—simples e dupla.

P. Quando é que a regra de falsa posição é simples?

R. Quando para a solução da questão basta fazer uma supposição.

P. Quando é que ella é dupla?

R. Quando para a solução da questão é preciso fazer-se mais de uma supposição.

P. Como se pratica a regra de falsa posição simples?

R. Toma-se para supposição um numero e vê-se se elle satisfaz as condições da questão: Se isto não tem lugar, toma-se a differença entre o resultado dado pelo numero supposto e o dado pelo enunciado da questão, divide-se essa differença pela differença dos valores particulares de uma unidade de cada especie, ajuntando-se depois o quociente ao numero supposto, ou tirando-o desse numero conforme o resultado delle for menor ou maior que o da questão, ter-se-ha o numero procurado.

EXEMPLOS

Primeira questão

Um homem deixou em seu testamento..... 550$ rs. para dividir entre 120 pobres, mas de maneira que os homens tivessem 5000 rs. cada um, e as mulheres 4000 rs., pergunta-se quantos pobres do sexo masculino e quantos do feminino serão por elle favorecidos?

Solução

Supponhamos primeiramente que os pobres do sexo masculino favorecidos são, por exemplo, 75 ; os do sexo femenino nesta hypothese serão 45 (120—75). Examinemos se estes dous numeros satisfazem as condições da questão, isto é examinemos se os 75 pobres do sexo masculino recebendo cada um 5000 rs. e os 45 do sexo femenino recebendo 4000 rs., receberão 550$ rs.

Para isso teremos :

$$\begin{array}{rcl} 75 \times 5000 & = & 375000 \\ 45 \times 4000 & = & 180000 \\ \hline 120 & & 555000 \end{array}$$

Vê-se que a hypothese figurada de 75 pobres do sexo masculino dá para o numero total dos pobres 555$ rs. ; isto é 5000 rs. mais que o dinheiro deixado, logo essa hypothese é maior que o numero procurado.

Dividindo então a differença 5000 pela differença dos quinhões de cada pobre do sexo masculino e do sexo femenino (5000—4000, ou.... 1000), teremos 5000: 1000= 5, e subtrahindo esse quociente da hypothese figurada, 75, teremos 75—5=70 para o numero de pobres do sexo masculino, e conseguintemente 50 para os do sexo femenino.

PROVA

$$\begin{array}{rcl} 70 \times 5000 & = & 350000 \\ 50 \times 4000 & = & 200000 \\ \hline 120 & & 550000 \text{ rs.} \end{array}$$

Segunda questão

Fez-se uma obra pagando-se 100 dias de jornal a 12 obreiros, dos quaes uns trabalharam 10 dias e outros 8; pergunta-se quantos forão os primeiros e quantos os segundos?

Solução

Supponde que os primeiros fossem 5, os segundos serião 7, donde a seguinte operação:

$$
\begin{array}{lcl}
5 \times 10 & = & 50 \\
7 \times \ 8 & = & 56 \\
\hline
12 & & 106 : 2 = 3
\end{array}
$$

Como o resultado 106 é maior que o numero dado 100, subtrae-se o quociente 3 da hypothese figurada, 5, e tem-se assim 2 para o numero procurado, isto é para os obreiros que trabalharam 10 dias.

PROVA

$$
\begin{array}{lcl}
2 \times 10 & = & 20 \\
10 \times \ 8 & = & 80 \\
\hline
12 & & 100 \\
\hline
\end{array}
$$

Terceira questão

Pagou-se por uma obra 310$ rs. fazendo-se trabalhar 11 pessoas, homens e mulheres, os homens tiveram 30$ rs. cada um, as mulheres

25$ rs. ; pergunta-se quantos forão os homens e quantas as mulheres empregadas na mesma obra ?

Solução

Supponhamos que os homens fossem 8, as mulheres serião 3 (11 – 8).

8 × 30$ =		240$
3 × 25$ =		75$
11		315$
Quantia paga		310$
Differença		5$: 5$=1

Subtrahindo este quociente da hypothese, 8, teremos para o numero procurado, o dos homens, 7 e conseguintemente para o das mulheres 4.

PROVA

7 × 30$ =	210$
4 × 25$ =	100$
11	310$

P. Como se resolve a regra de falsa posição dupla ?

R. Suppondo-se dous numeros á vontade e combinando-os conforme as condições do problema, acontece quasi sempre que nenhum delles é o numero procurado, mas que um dos dous resultados seja maior que esse numero e que o outro seja menor que elle ; ou que ambos os resultados sejão maiores ou menores que esse numero. No primeiro caso multiplica-se o segundo erro pela primeira hypothese e o primeiro erro pela segunda hypothese, ajuntão-se os dous productos e divide-se a somma delles pela somma dos erros. No segundo caso, multiplica-se tambem o segundo erro pela primeira hypothese e o primeiro erro pela segunda hypothese, subtrae-se o producto menor do maior e divide-se a differença achada pela differença dos erros.

EXEMPLOS

Primeira questão

Tres negociantes fazem uma sociedade entrando o 2.° com tanto quanto o 1.° mais 2:000$ rs., o 3.° com tanto quanto os dous primeiros reunidos, o fundo social é de 25:000$ rs.; pergunta-se com quanto entrou cada um?

Solução

Para o caso de serem as duas supposições uma maior e outra menor. Supponhamos que

A entrada do 1.° fosse	4:000$
A do 2.° seria	6:000$
A do 3.°	10:000$
	20:000$ menos 5:000$ que o fundo social.

Supponhamos ainda que

A entrada do 1.° fosse	6:000$
A do 2.° seria	8:000$
A do 3.°	14:000$
	28:000$ mais 3:000$ que o fundo social.

O producto da 1.ª supposição, 4:000$ rs. pelo 2.º erro, 3:000$ rs., é 12000000:000$.

O producto da 2.ª supposição, 6:000$ rs., pelo 1.º erro, 5:000$ rs., é 30000000:000$.

A somma destes dous productos, 42000000:000$ rs., dividida pela somma dos dous erros,..... 8:000$ rs., dará o numero procurado.

```
42'000000000000 | 8000000
  20              --------
   40              5:250$
    0
```

PROVA

Sendo a entrada do 1.º	5:250$
Será a do 2.º	7:250$
Será a do 3.º	12:500$
Somma	25:000$ fundo social.

Para o caso em que ambas as supposições sejão menores que o numero procurado.

Seja a entrada do 1.º	3:000$	
A do 2.º será	5:000$	
A do 3.º será	8:000$	
	16:000$	menos 9:000$ que 25:000$.

Seja a entrada do 1.º	4:000$	
A do 2.º será	6:000$	
A do 3.º será	10:000$	
	20:000$	menos 5:000$ que 25:000$.

O producto da 1.ª supposição
pelo 2.º erro é............. 15000000000$
O da 2.ª supposiçao pelo 1.º erro é 36000000000$

Differença destes dous productos 21000000000$
Differença dos dous erros....... 4000$
A 1.ª differença dividida pela 2.ª dá:

```
21000000000$ | 4000$
 10           5:250$ entrada do 1.º negociante como acima se achou
  20
   00
```

Para o caso em que ambas as supposições dão resultados maiores.

Entrada do 1.º	8:000$
Entrada do 2.º	10:000$
Entrada do 3.º	18:000$
	36:000$ mais que 25:000$
Entrada do 1.º	6:000$
Entrada do 2.º	8:000$
Entrada do 3.º	14:000$
	28:000$ mais que 25:000$

Producto da 1.ª supposição pelo 2.º erro 24:000$
Producto da 2.ª supposição pelo 1.º erro 66:000$

Differença desses productos (por serem ambos maiores que o numero dado) 42:000$
Essa differença dividida pela differença dos dous erros 8—dá

```
42000000 | 8
 20        5:250$ rs. entrada do 1.º
  40
```

Segunda questão

Perguntando-se a um individuo se uma joia que apresentava lhe havia custado 100$ rs. ou mais, respondeo: o preço por que a comprei, mais outro tanto, mais metade delle, mais um quarto, mais 1$ rs. tudo junto faz 100$ rs.: Qual é o custo da joia?

Solução

Um erro para mais, outro para menos.

Primeira hypothese 40$ rs.

40$ + 40$ + 20$ + 10$ + 1 = 111$
Resultado dado 100$

11$ erro para mais

Segunda hypothese 32$ rs.

32$ + 32$ + 16$ + 8$ + 1$ = 89$
Resultado dado 100$

11$ erro para menos

40$ × 11$ = 440000000
32$ × 11$ = 352000000

Somma 792000000 : 22000 = 36$ rs.

PROVA

36$ + 36$ + 18$ + 9$ + 1 = 100$

Outra solução

Ambos os erros para mais.

Primeira hypothese 48$

48$ + 48$ + 24$ + 12$ + 1 = 133$
Resultado dado 100$

33$ erro para mais

Segunda hypothese 40$

40$ + 40$ + 20$ + 10$ + 1 = 111$
Resultado dado 100$

11$ erro para mais

48$ × 11 = 528$
40$ × 33 = 1320$

Differença 792$: 22 = 36$

Outra solução

Ambos os erros para menos.

Primeira hypothese 24$

24$ + 24$ + 12$ + 6$ + 1 = 67$
Resultado dado 100$

Differença 33$ erro para menos

Segunda hypothese 32$

$$
\begin{array}{lr}
32\$+32\$+16\$+8\$+1= & 89\$ \\
\text{Resultado dado} & 100\$ \\
\hline
\text{Differença} & 11\$ \text{ erro para menos}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l}
24\$ \times 11\$ = 264\$ \\
32\$ \times 33\$ = 1056\$ \\
\hline
\text{Differença} \quad 792\$: 22 = 36\$
\end{array}
$$

PARTE SEXTA

Systema de pesos e medidas

P. Que se entende por medir uma quantidade?

R. Medir uma quantidade é comparal-a com outra quantidade conhecida da mesma especie para ver quantas vezes ella a contém ou é nella contida.

P. E como se chama a quantidade com a qual as outras são comparadas?

R. A quantidade que serve de termo de comparação ás outras quantidades da mesma especie chama-se unidade.

P. E quantas especies ha de unidades?

R. Ha tantas especies de unidades quantas são as especies de quantidades susceptiveis de ser medidas.

P. E quantas são as quantidades susceptiveis de ser medidas?

R. As quantidades susceptiveis de ser medidas, no trato vulgar, são o comprimento e largura, a superficie, o volume, a capacidade, o peso, o tempo, o valor, a multidão.

P. O que se entende por systema de pesos e medidas?

R. Systema de pesos e medidas é o complexo de todas as unidades, com seus multiplos e submultiplos, empregadas na medição das quantidades de toda especie.

P. Que se entende por multiplos de uma quantidade ?

R, Entende-se por multiplos de uma quantidade todas aquellas que resultão dessa quantidade repetida duas, tres, quatro, e em geral muitas vezes : assim a semana e o mez são multiplos do dia, o seculo multiplo do anno, a arroba multiplo da libra.

P. Que se entende por submultiplo de uma quantidade ?

R. Entende-se por submultiplo ou parte alliquota de uma quantidade toda aquella que resulta desta dividida em duas, tres, quatro, e geralmente em muitas partes : assim 1—2—4—8—16 libras são submultiplos, ou partes alliquotas da arroba ; 1—2—3—4—6 mezes submultiplos ou partes alliquotas do anno.

P. Porque razão 3 mezes se diz submultiplo ou parte alliquota do anno ?

R. 3 mezes se diz submultiplo ou parte alliquota do anno porque é a quarta parte delle (12 mezes).

P. E porque razão 16 libras se diz submultiplo ou parte alliquota da arroba ?

R. 16 libras se diz submultiplo ou parte alliquota da arroba porque é metade della (32 libras).

MEDIDAS PARA O TEMPO

P. Qual é a unidade das medidas do tempo ?

R. A unidade das medidas do tempo é o dia.

P. Que se entende por dia ?

R. Dia é o espaço do tempo que decorre desde o momento em que o sol nasce uma vez até o momento em que nasce segunda vez depois desta.

P. De quantas partes se compõe o dia?

R. O dia compõe-se de duas partes; do dia propriamente dito e da noite.

P. E quaes são os multiplos do dia?

R. Os multiplos do dia são a semana, o mez e o anno.

P. E o anno não tem tambem seus multiplos?

R. Os multiplos do anno são o lustro e o seculo.

P. E quaes são os submultiplos do dia?

R. Os submultiplos do dia são as horas; os das horas, os minutos; os dos minutos, os segundos.

P. Quantos dias tem uma semana, um mez e um anno?

R. Uma semana tem 7 dias, um mez 30, um anno 365.

P. E quantas horas tem um dia?

R. Um dia tem 24 horas, uma hora 60 minutos, um minuto 60 segundos.

P. Quantos annos tem um lustro e um seculo?

R. Um lustro tem 5 annos, um seculo 100.

MEDIDAS PARA A ESTENSÃO ANGULAR

P. Qual é a unidade das medidas da extensão angular?

R. A unidade das medidas da extensão angular é o quadrante'

P. Que se entende por quadrante (unidade angular)?

R. Chama-se quadrante a extensão superficial comprehendida entre duas linhas rectas tiradas do centro de um circulo para duas divisões contiguas da circumferencia delle, estando esta dividida em 4 partes iguaes.

P. Quaessão os submultiplos do quadrante?
R. Os submultiplos do quadrante são os gráos.
P. E quaes são os submultiplos do gráo?
R. Os submultiplos do gráo são os minutos.
P. E os submultiplos do minuto quaes são?
R. Os submultiplos dos minutos são os segundos.
P. Quantos gráos tem um quadrante?
R. Um quadrante tem 90 gráos.
P. E quantos minutos tem um gráo?
R. Um gráo tem 60 minutos.
P. E quantos segundos tem um minuto?
R. Um minuto tem 60 segundos.

MEDIDAS PARA A MULTIDÃO

P. Qual é a unidade das medidas da multidão?

R. A unidade das medidas da multidão é a unidade numerica e essas medidas são os numeros, assim se diz que uma boiada tem 200 bois; um batalhão, 500 soldados; um rebanho, 1200 ovelhas; etc., etc.

SYSTEMA MONETARIO DO BRAZIL

(*Decreto de* 28 *de Julho de* 1849)

P. Qual é entre nós a unidade de medida do valor?

R. A unidade das medidas dos valores entre nós é o real : assim se diz que um objecto vale 80 rs., 200 rs., 3$000 rs., 40$000 rs., 100$000 rs., etc., etc.

P. E quaes são as medidas particulares dos valores ?

R. As medidas particulares dos valores são o vintem, o tostão, a pataca, o cruzado e o conto, que todas são multiplos do real.

P. De quantos réis constão estas medidas ?

R. O tostão de 100 rs ; a pataca de 320 rs. ; o cruzado de 400 rs. ; o conto de 1:000$000 de rs.

P. Que especies de moedas são empregadas entre nós para representação dos valores ?

R. Entre nós são empregadas quatro especies de moedas, a saber : moedas de ouro, moedas de prata, moedas de nikel e moedas de bronze.

P. Quaes são as moedas de ouro empregadas presentemente entre nós ?

R. As moedas de ouro empregadas presentemente entre nós, são de 20$000 rs., e de 10$ rs.

P. E as moedas de prata quaes são ?

R. As moedas de prata empregadas entre nós presentemente são as de 2$000 rs., de 1$000 rs., de 500 rs. e de 200 rs.

P. E as moedas de nikel quaes são ?

R. As moedas de nikel empregadas entre nós são as de 200 rs. e as de 100 rs.

P. E as de bronze ?

R. As moedas de bronze empregadas presentemente entre nós são de 20 rs. e de 10 rs.

MOEDAS DE OURO

Valor	Titulo	Peso
20$000 rs.	0,917	5 oitavas.
10$000 rs.	«	2 ½ «

MOEDAS DE PRATA

Valor	Titulo	Peso
2$000 rs.	0,917	$7\frac{1}{9}$ oitavas.
1$000 rs.	«	$3\frac{5}{9}$ «
500 rs.	«	$1\frac{1}{9}$ «
200 rs.	«	$\frac{32}{45}$ «

MOEDAS DE NIKEL

200 rs.	«	«
100 rs.	«	«

MEDIDAS PARA OS COMPRIMENTOS

P. Qual é a unidade das medidas da grandeza linear ou dos comprimentos?

R. A unidade das medidas da grandeza linear ou dos comprimentos é o metro.

P. Que se entende por metro?

R. Metro é a decima millionesima parte da distancia que vai do polo ao equador tomada sobre o meridiano terrestre.

P. Quaes são os multiplos e submultiplos do metro?

R. Os multiplos do metro são: o decametro, o hectometro, o kilometro, e o myriametro; e os submultiplos são: o decimetro, o centimetro, o millimetro, o decimillimetro.

P. Quaes são os valores desses multiplos e submultiplos do metro?

R. Quanto aos multiplos, o decametro é igual a 10 metros; o hectometro a 100 metros ou a 10 decametros; o kilometro a 1000 metros, ou a 100 decametros ou a 10 hectometros; o myriametro a 10,000 metros ou a 1000 decametros, ou a 100 hectometros, ou a 10 kilometros.

Quanto aos submultiplos, o decimetro é igual a um decimo do metro (0,1); o centimetro a um centesimo (0,01); o millimetro a um millesimo (0,001); o decimillimetro a um decimo millesimo (0,0001) como seus nomes mesmos indicão.

P. Como é que os nomes desses multiplos e submultiplos indicão os valores delles?

R. Porque as palavras *deca*, *hecto*, *kilo*, *myria*, de que os primeiros se compõem, significão por sua ordem na lingoa grega dez, cem, mil, dez mil, ; e as particulas *deci*, *centi*, *milli*, *decimilli* que entrão na composição dos segundos, tiradas da lingoa latina, indicão que elles são dez, cem, mil, dez mil vezes menores que o metro.

P. Quaes são os multiplos do metro que se empregão para a medição das grandes distancias?

R. As medidas que se empregão na medição das grandes distancias são o kilometro e o myriametro.

P. Como se chamão essas medidas?

R. Chamão-se medidas itinerarias.

P. Como se escreve uma quantidade qualquer de medidas de comprimento?

R. Escreve-se como inteiro o numero de unidades que se quer exprimir, e depois em fórma de decimaes as fracções que o acompanhão, tendo o cuidado de indicar por meio de iniciaes collocadas sobre o algarismo das unidades, o nome dessas mesmas unidades, ou pondo-o por estenso adiante do numero. Assim para escrevermos 937 metros, 8 decimetros e 9 centimetros, escreveremos 937,^{m} 89 ou 930,89 metros.

P. Como se lê qualquer quantidade de medidas de comprimento?

R. Lê-se de tres modos. Assim o numero 937,^{m}.89 ou 937,89 metros lê-se:
1.º—93789 centimetros.
2.º—937 metros e 89 centimetros.
3.º—9 hectometros 3 decametros 7 metros 8 decimetros 9 centimetros.

P. Como se reduzem medidas de comprimento de qualquer ordem a outras d'ordem inferior e reciprocamente?

R. Como estas medidas estão entre si na razão de 1 para 10, isto é, como ellas vão sendo de dez em dez vezes maiores ou de dez em dez vezes menores, para reduzir as de qualquer ordem a outras d'ordem inferior ou vice-versa, basta mudar a virgula para a direita ou para a esquerda, tantas casas quantas forem as unidades a descer ou a subir. Assim se quizermos reduzir o numero acima 937,^{m}89 a unidade decametro, escreveremos 83,789; a unidade hectometro, 9,3789; a unidade decimetro 9378,9

MEDIDAS PARA AS SUPERFICIES

P. Qual é a unidade das medidas de superficie?

R. A unidade das medidas de superficie propriamente dita é o metro quadrado.

P. Que se entende por um metro quadrado?

R. Um metro quadrado é um quadrado cujos lados todos são iguaes a um metro, por outra um quadrado construido sobre um lado do comprimento de um metro.

P. Quaes são os submultiplos do metro quadrado?

R. Os submultiplos do metro quadrado são o decimetro quadrado, o centimetro quadrado, o millimetro quadrado, e o decimillimetro quadrado,

P. Que se entende por esses submultiplos?

R. O decimetro quadrado é o quadrado que tem um decimetro de lado; o centimetro quadrado o que tem um centimetro de lado e assim dos outros.

P. Qual é o valor desses submultiplos do metro quadrado?

R. Um metro quadrado tem cem decimetros quadrados; um decimetro quadrado cem centimetros quadrados; um centimetro quadrado cem millimetros quadrados etc.

P. E qual é a medida para as superficies maiores?

R. A medida para as superficies maiores é o decametro quadrado que se chama *aro* e que contém 100 metros quadrados.

P. Quaes são os multiplos e submultiplos dessa nova medida?

R. Os multiplos do aro são o hectaro, (cem aros), e os submultiplos o centiaro (centesima parte do aro).

P. Qual é o valor de um hectaro e de um centiaro?

R. Um hectaro è igual a 10,000 metros quadrados e um centiaro igual a um metro quadrado.

P. Como se chamão estas medidas?

R. O hectaro e o centiaro chamão-se medidas agrarias.

P. E ainda ha outras medidas para as superficies?

R. Ha ainda as medidas chamadas topographicas.

P. Quaes são essas medidas?

R. As medidas chamadas topographicas são o kilometro quadrado, e o myriametro quadrado.

P. Que se entende por um kilometro e por um myriametro quadrados?

R. Um kilometro quadrado é o quadrado construido sobre um lado que tem um kilometro de comprimento, e do mesmo modo um myriametro quadrado é o quadrado construido sobre o lado que tem um myriametro de comprimento.

P. Que valores tem estas medidas?

R. O kilometro quadrado é igual a 100 hectaros ou a 1:000000 de metros quadrados; e o myriametro quadrado igual a 10,000 hectaros, ou a 100 kilometros quadrados, ou a 100:000,000 de metros quadrados.

P. Porque razão se chamão estas medidas medidas topographicas e as precedentes medidas agrarias?

R. Porque umas são destinadas á medição das grandes superficies da terra, taes como provincias e reinos, e as outras á medição dos campos (em latim *ager*).

P. Que relação tem entre si as medidas de superficie?

R. As medidas de superficie estão entre si na razão de 1 para 100 e não na razão de 1 para 10 como as de comprimento. Assim, como ja acima ficou dito, um metro quadrado tem 100 decimetros quadrados; um decimetro quadrado 100 centimetros quadrados, e do mesmo modo 100 metros quadrados fazem um decametro quadrado; 100 decametros quadrados um hecto metro quadrado, e assim por diante.

P. Como se lê qualquer quantidade de medidas de superficie?

R. Lê-se como as medidas de comprimento, mas por classes de duas lettras, visto que são precisos dous algarismos para representar cada unidade de medidas dessa especie. Assim.... 8276mq., 9731 lê-se:

1.º 82769731 centimetros quadrados.

2.º 8276 metros quadrados e 9731 centimetros quadrados.

3.º 82 decametros quadrados, 76 metros quadrados, 97 decimetros, quadrados e 31 centimetros quadrados.

P. Qual é destas tres a maneira mais usual de se ler uma quantidade de medidas de superficie?

R. E' a segunda; isto é lê-se primeiramente a parte que está á esquerda da virgula e depois a parte que se acha á direita della, e esta tambem é a maneira mais usual de se ler uma quantidade qualquer de medidas de comprimento e volume.

P. Como se reduzem as medidas de superficie de qualquer ordem a outras de ordem superior e vice-versa?

R. Como estas medidas estão entre si na razão de 1 para 100, isto é como ellas vão sendo de 100 em 100 vezes maiores ou de 100 em 100 vezes menores, para reduzir as de qualquer ordem a outras de ordem inferior ou vice-versa. basta mudar a virgula para a direita ou para a esquerda tantas vezes duas casas quantas forem as unidades a descer ou a subir. Assim se quizermos reduzir o numero acima.......... 8276 mq., 9731 a unidade decametro quadrado, escreveremos 82,769731 ; a unidade decimetro quadrado, 827697,31.

MEDIDAS DE SOLIDEZ OU DE VOLUME

P. Qual è a unidade das medidas de volume ?
R. A unidade das medidas de volume é o metro cubico, isto é o cubo que tem um metro de comprimento, um metro de largura e um metro de grossura, e que se chama *estereo.*
P. Quaes são os multiplos e os submultiplos do estereo ?
R· Os multiplos do estereo são o decastereo, e os submultiplos o decistereo.
P. Qual é o valor do decastereo e do decistereo ?
R. O decastereo é igual a 10 estereos e o decistereo igual a um decimo do estereo.
P. Que cousas se medem pelos estereos, decastereos e decistereos ?
R. As lenhas, as madeiras, os atterros, etc.
P. Que relação tem entre si as medidas de volume ?
R. As medidas de volume estão entre si na razão de 1 para 1000, e não na razão de 1 para 10 como as de comprimento, nem na de 1 para 100 como as de superficie. Assim, como já acima ficou dito, um metro cubico contém 1000 decimetros cubicos ; um decimetro cubico 1000 centimetros cubicos ; um centimetro cubico 1000 millimetros cubicos ; e do mesmo modo um decametro cubico contem 1000 metros cubicos ; um hectometro cubico 1000 decametros cubicos

e 1:000000 de metros cubicos; um kilometro cubico 1000 hectometros cubicos, 1:000000 de decametros cubicos, 1000:000000 de metros cubicos etc. etc.

P. Como se lê qualquer quantidade de medidas de volume?

R. Lê-se como as medidas de comprimento e como as de superficie, mas por classes de tres lettras, visto que são precisos tres algarismos para representar cada unidade de medidas dessa especie. Assim—87335 mc., 403027 lê-se:

1.º 87335:403027 centimetros cubicos.

2.º 87335 metros cubicos e 403027 centimetros cubicos.

3.º 87 decametros cubicos, 335 metros cubicos, 403 decimetros cubicos e 27 centimetros cubicos.

P. Como se reduzem as medidas de volume de qualquer ordem a outras d'ordem superior e vice-versa?

R. Para reduzir as medidas de volume de uma ordem a outras de ordem inferior ou superior, como ellas estão entre si na razão de 1 para 1000, basta mudar a virgula para a direita ou para a esquerda tantas vezes tres casas quantas forem as unidades a descer ou a subir. Assim se quizermos reduzir o numero acima...... 87335mc, 403027 a decimetros cubicos escreveremos 87335403,027; a decametros cubicos,... 87,335403027.

MEDIDAS DE CAPACIDADE

P. Qual é a unidade das medidas de capacidade?

R. A unidade das medidas de capacidades é o litro.

P. Que se entende por litro ?

R. Litro é uma medida ouca igual a um decimetro cubico, isto é a um cubo cujas faces todas são iguaes a um decimetro quadrado, ou ainda a um cubo que tem um decimetro de comprimento, um decimetro de largura, e um decimetro de altura.

P. Quaes são os multiplos e os submultiplos do litro ?

R. Os multiplos do litro são o decalitro, o hectolitro, o kilolitro, e os submultiplos são o decilitro, o centilitro e o millilitro.

P. Quaes os valores desses multiplos e submultiplos do litro ?

R. O decalitro, o hectolitro e o kilolitro, bem como seus nomes indicão, são respectivamente iguaes a 10, a 100, a 1000 litros ; o decilitro, o centilitro e o millilitro são por sua ordem iguaes a um decimo, a um centesimo e a um millesimo do litro.

P. Quaes são as cousas que se medem pelos litros, seus multiplos e submultiplos ?

R. São os liquidos, os grãos e os farinaceos.

P. Que relação tem entre si as medidas de capacidade ?

R. As medidas de capacidade estão entre si na razão de 1 para 10 como as medidas de comprimento. Assim, como jà acima ficou dito, um litro tem 10 decilitros ; um decilitro 10 centilitros ; um decalitro 10 litros ; um hectolitro 10 decalitros etc. etc..

P. Como se escreve uma quantidade qualquer de medidas de capacidade ?

R. Escreve-se como ás de comprimento, isto é, escreve-se como inteiro o numero de unidades que se quer exprimir, e depois em forma de decimaes as fracções que o acompanhão.

P. Como se lê qualquer numero de unidades de medidas de capacidade?

R. Lê-se do mesmo modo que as de comprimento.

Assim o numero 8327 l., 459 lê-se:

1.º 8:327459 millilitros.

2.º 8327 litros e 459 millilitros.

3.º 8 kilolitros 3 hectolitros 2 decalitros 7 litros 4 decilitros 5 centilitros e 9 millilitros.

A segunda maneira é a mais usada, como acima fica dito.

MEDIDAS DE PESO

P. Qual é a unidade das medidas de peso.

R. A unidade das medidas de peso é o grammo.

P. Que se entende por grammo?

R. Grammo é o peso d'agoa pura contida em um centimetro cubico, isto é, em um cubo ouco que tenha um centimetro de comprimento, um centimetro de largura e um centimetro de altura.

P. Quaes são os multiplos e submultiplos do grammo?

R. Os multiplos do grammo são o decagrammo, o hectogrammo, o kilogrammo e o myriagrammo: e os submultiplos são o decigrammo, o centigrammo, o milligrammo.

P. Quaes são os valores desses multiplos e submultiplos do grammo?

R. Os valores desses multiplos e submultiplos do grammo são, bem como seus nomes indicão (deca, hecto, kilo, myria.), dez, cem mil, dez mil vezes maiores; ou dez, cem, mil vezes menores que elle (deci, centi, milli).

P. Como se escrevem as medidas de peso?

R. Escrevem-se do mesmo modo que as de comprimento e de capacidade.

P. Como se lêem ellas?

R. Lêem-se do mesmo modo que as de comprimento e capacidade, mudando somente o nome das unidades.

P. Que relação tem entre si as medidas de peso.

R. As medidas de peso tem entre si a mesma relação que as de comprimento e capacidade, isto é, estão entre si na razão de 1 para 10. Assim um grammo tem 10 decigrammos; um decigrammo 10 centigrammos; um centigrammo 10 milligrammos; um decagrammo 10 grammos; um hectogrammo 10 decagrammos; um kilogrammo 10 hectogrammos etc. etc.

P. Quando é que se medem ou se pesão os objectos?

R. Medem-se os objectos quando se quer apenas conhecer o seu volume, pesão-se quando se quer conhecer a quantidade de materia nelles contida.

P. E sempre forão usadas entre nós estas medidas?

R. Não. Estas medidas que compõem o systema metrico, vulgarmente chamado systema metrico decimal francez, forão adoptadas entre nós pela lei de 26 de Junho de 1862.

As fazendas medião-se antigamente por varas e covados.

A vara, que tinha 5 palmos, dividia-se em tres partes iguaes, que se chamavão terças, em seis que se chamavão sextas, ou meias terças tambem se dividia a vara em quatro partes, que se chamavào quartas, e em oito partes, que se chamavão citavas, ou meias quartas.

O covado, que tinha 3 palmos, tambem se dividia em 3 terças e 6 sextas ou meias terças; em 4 quartas, e 8 oitavas ou meias quartas.

As distancias locaes, quando não erão muito grandes, medião-se por braças, palmos, pollegadas, linhas e pontos; e tambem por toezas, pés, e pollegadas.

A braça tinha 10 palmos.
O palmo tinha 8 pollegadas.
A toeza tinha 6 pés.
O pé tinha 12 pollegadas.
A pollegada tinha 12 linhas.
A linha tinha 12 pontos.

As grandes distancias locaes medião-se por estadios, milhas e legoas.

As superficies, quando erão pequenas, mediāo-se por braças quadradas, varas quadradas, palmos quadrados, e pollegadas quadradas; quando porém erão muito grandes, mediāo-se por milhas quadradas e por legoas quadradas.

A braça quadrada tinha 4 varas quadradas.
A vara quadrada tinha 25 palmos quadrados.
O palmo quadrado tinha 64 pollegadas quadradas.

Os volumes mediāo-se por pés cubicos, palmos cubicos, e pollegadas cubicas.

O pé cubico tinha 1728 pollegadas cubicas.
O palmo cubico tinha 512 pollegadas cubicas.

Os pesos, quando não erão grandes, mediãose por libras ou arrateis.

A libra ou arratel dividia-se em quatro partes iguaes, que se chamavão quartas, e em oito, que se chamavão meias quartas.

Os pesos porém, quando erão grandes, medião-se por arrobas, quintaes e toneladas.

Arroba era a reunião de 32 libras.

Quintal era a reunião de 4 arrobas.

Tonelada era a reunião de $13\frac{1}{2}$ quintaes, ou de 54 arrobas.

O ouro e a prata pesavão-se por libras, marcos, onças, oitavas e grãos.

A libra tinha 2 marcos ou 16 onças.

O marco tinha 8 onças.

A onça tinha 8 oitavas.

A oitava tinha 72 grãos.

Os diamantes, perolas e outras pedras preciosas pesavão-se por onças, oitavas, escropulos, quilates e grãos.

A onça tinha 8 oitavas.

A oitava tinha 3 escropulos.

O escropulo tinha 6 quilates.

O quilate tinha 4 grãos.

Os boticarios dividião a libra em doze partes iguaes, que se chamavão onças.

A onça em 8 drachmas.

A drachma em 3 escropulos.

O escropulo em 24 grãos.

Para o toque do ouro dividia-se o marco em 24 partes, que se chamavão quilates.

O quilate em 4 partes, que se chamavão grãos.

Para o toque da prata dividia-se o marco em 12 partes, que se chamavão dinheiros.

O dinheiro em 24 partes, que se chamavão grãos.

Os grãos e os farinaceos medião-se por alqueires.

O alqueire dividia-se em 4 partes que se chamavão quartas.

A quarta tinha 2 meias quartas, ou 4 selamins.

O selamin tinha 2 meios selamins ou 4 quarteirões.

Os liquidos medião-se por canadas.

A canada dividia-se em 4 partes que se chamavão quartilhos.

O quartilho tinha 2 meios quartilhos.

Desenvolvimento do systema metrico decimal estabelecido definitivamente em França pela Lei de 4 de Julho de 1837 e no Brazil pela Lei de 26 de Junho de 1862

NOMES SYSTEMATICOS.	VALOR DAS MEDIDAS
	Medidas de comprimento
Myriametro.......	Dez mil *metros*.
Kilometro.........	Mil *metros*.
Hectometro.......	Cem *metros*.
Decametro........	Dez *metros*.
METRO...........	A decima millionesima parte, $(\frac{1}{10000000})$ do comprimento do quarto do Meridiano terrestre: *é a unidade fundamental do systema*.
Decimetro........	A decima parte do *metro*.

Centimetro.......	A centesima parte do *metro*.
Millimetro........	A millesima parte do *metro*.

Medidas agrarias

Hectaro...........	Cem aros ou 10000 *metros quadrados*.
Aro................	Cem *metros quadrados*, ou o quadrado formado sobre 10 *metros*.
Centiaro...........	A centesima parte do *aro* ou *um metro quadrado*.

Medidas de capacidade para liquido e materias seccas

Kilolitro..........	Mil *litros*.
Hectolitro.........	Cem *litros*
Decalitro..........	Dez *litros*
LITRO.............	O cubo de um decimetro.
Decilitro..........	A decima parte do *litro*.
Centilitro.........	A centesima parte do litro.
Millilitro..........	A millesima parte do litro.

Medidas de solidez

Decastereo.........	Dez *estereos*.
STEREO............	O cubo de um metro.
Decistereo.........	A decima parte do *estereo*.

Medidas de peso

Milheiro...........	Mil *kilogrammos*. (Peso do metro cubico de agua do mar ou da *tonelada*.)

Quintal (metrico)...	Cem *kilogrammos.*
KILOGRAMMO.........	Mil *grammos.* é o peso de um decimetro cubico de agua destilada no vacuo, e na temperatura de 4 graus centigrados; é o *padrão* das medidas de peso.
Hectogrammo......	Cem *grammos.*
Decagrammo.	Dez *grammos.*
GRAMMO...........	A millesima parte do *kilogrammo*; ou o peso de 1 centimetro cubico de agua destilada no vacuo, e na temperatura de 4 graus centigrados.
Decigrammo........	A decima parte do *grammo.*
Centigrammo.......	A centesima parte do *grammo.*
Milligrammo.......	A millesima parte do *grammo.*

OBSERVAÇÕES

O milheiro e o quintal forão duas novas medidas accrescentadas ao Systema Metrico primitivo, com o fim de satisfazer as necessidades praticas que reclamavão a sua adopção.

Semelhantemente na avaliação das distancias itinerarias está actualmente adoptado em França o uso da *legoa* de *quatro kilometros*, que se póde chamar *legoa metrica*, para distingui-la de outra qualquer de differente grandeza.

REDUCÇÃO DE ALGUMAS DAS PRINCIPAES MEDIDAS ANTIGAS A NOVAS E VICE-VERSA

P. O que é preciso saber-se para reduzir as medidas antigas a novas e vice-versa ?

R. E' preciso saber-se a relação que ha entre ellas.

MEDIDAS PARA COMPRIMENTO

P. Qual é a relação que ha entre o metro e a vara, e vice-versa entre a vara e o metro?

R. Sendo o metro igual a 4 palmos, 4 pollegadas, 4 linhas e 4 pontos, a relação do metro para a vara, que tem 5 palmos, é de 10 para 11 e vice-versa, a da vara para o metro de 11 para 10; quer isto dizer que 10 varas equivalem a 11 metros e vice-versa que 11 metros equivalem a 10 varas.

P. Como pois se reduzirá um numero qualquer de varas a metros, e vice-versa, um numero qualquer de metros a varas ?

R. Para reduzir varas a metros basta multiplicar o numero de varas por 11 e dividir o producto por 10, o que se effectua cortando um algarismo á direita desse producto, se elle não contém decimaes, ou passando a virgula uma casa para a esquerda se o producto achado contém decimaes. E vice-versa para reduzir metros a varas basta multiplicar o numero de metros por 10, o que se effectua escrevendo uma cifra á sua direita se elle não contém decimaes, ou passando a virgula uma casa para a direita se contém decimaes, e dividir depois o producto por 11.

EXEMPLOS

Primeira questão

Quer-se reduzir 765 metros a varas.

Solução

$765 \times 10 = 7650 - 7650 : 11 = 695$ varas e $\frac{5}{11} =$ 695 varas 3 palmos e 7 pollegadas.

Segunda questão

Quer-se reduzir 654 varas a metros.

Solução

$654 \times 11 = 7194 - 7194 : 10 = 719{,}4$ metros.

Terceira questão

Quer-se reduzir 9372,45 metros a varas.

Solução

$9372{,}45 \times 10 = 93724{,}5 - 93724{,}5 : 11 = 8520$ varas e $\frac{45}{110} = 8520$ varas 3 palmos e 3 pollegadas.

Quarta questão

Quer-se reduzir 82 varas 3 palmos e 8 pollegadas a metros.

Solução

82 v. 3 p. 8 pl. $= \frac{3312}{40} = 82{,}8$ varas.
$82{,}8 \times 11 = 910{,}8 - 910{,}8 : 10 = 91{,}08$ metros.

P. Como se reduzirá um numero qualquer de metros a braças e vice-versa?

R. Como a braça tem duas varas, a relação do metro para a braça é 10 : 22, quer isto dizer que 10 braças equivalem a 22 metros e vice-versa 22 metros a 10 braças. Pelo que para reduzir metros a braças, basta multiplicar o numero de metros por 10 e dividir o producto por 22, e vice-versa, para reduzir braças a metros basta multiplicar o numero de braças por 22 e dividir o producto por 10.

EXEMPLOS

Primeira questão

Quer-se reduzir 854 braças a metros.

Solução

854×22=18788—18788:10=1878,8 metros.

Segunda questão

Quer-se reduzir 650 metros a braças.

Solução

650×10=6500—6500:22=295,45 braças.

P. Como se reduzirá um numero qualquer de metros a covados e vice-versa um numero qualquer de covados a metros?

R. Como o covado tem 3 palmos e o metro 4 palmos, 4 pollegadas, 4 linhas e 4 pontos, a relação do metro para o covado e 100:66 e vice-versa a do covado para o metro 66 : 100, o que quer dizer que 100 covados equivalem a 66 metros e vice-versa 66 metros a 100 covados. Pelo que para reduzir covados a metros basta multiplicar o numero de covados por 66 e dividir o producto por 100, o que se effectua cortando dous algarismos á direita do produtco, se elle não contém decimaes, e passando a virgula duas casas para a esquerda se contém decimaes.

EXEMPLOS

Primeira questão

Quer-se reduzir 685 covados a metros.

Solução

685 ×66 = 45210—45210 : 100=452,10 metros.

Segunda questão

Quer-se reduzir 792,35 metros a covados.

Solução

792,35×100 = 79235—79235 : 66=1200 covados e $\frac{35}{65}$ = 1200 covados 1 palmo e 4 pollegadas.

MEDIDAS DE CAPACIDADE PARA LIQUIDOS

P. Qual é a relação que ha entre o litro e a canada ?

R. Sendo o litro igual a 1 $^1/_2$ quartilho e tendo a canada 4 quartilhos, a relação do litro para a canada é 3 : 8 e vice-versa a relação da canada para o litro é 8 : 3, quer isto dizer que 3 canadas equivalem a 8 litros e vice-versa 8 litros a 3 canadas. Pelo que para reduzir litros a canadas basta multiplicar o numero de litros por 3 e dividir o producto por 8, e vice-versa para reduzir canadas a litros basta multiplicar o numero das canadas por 8 e dividir o producto por 3.

EXEMPLOS

Primeira questão

Quer-se reduzir 875 litros a canadas.

Solução

$875 \times 3 = 2625 - 2625 : 8 = 328$ canadas e $\frac{1}{8} = 328$ canadas e 1/2 quartilho.

Segunda questão

Quer-se reduzir 9248 canadas a litros.

Solução

$9248 \times 8 = 73984 - 73984 : 3 = 24661{,}33$ litros.

MEDIDAS DE CAPACIDADE PARA SECCOS

P. Que relação ha entre o litro e o alqueire?

R. Sendo o litro 0,11 da quarta e o alqueire tendo 4 quartas, a relação do litro para a quarta é 11 : 100 e do litro para o alqueire 11 : 400, e vice-versa a relação da quarta para o litro é

100 : 11 e a do alqueire para o litro 400 : 11; quer isto dizer que 100 litros equivalem a 11 quartas e 400 a 11 alqueires e vice-versa que 11 quartas equivalem a 100 litros e 11 alqueires a 400. Pelo que para reduzir litros a quartas ou a alqueires basta multiplicar o numero de litros por 11 em um e outro caso e dividir os productos por 100 no 1.º caso e por 400 no 2.º, e vice-versa para reduzir quartas ou alqueires a litros basta multiplicar o numero dessas medidas por 100 no 1.º caso e por 400 no 2.º e dividir os productos por 11.

EXEMPLOS

Primeira questão

Quer-se reduzir 824 alqueires a litros.

Solução

$824 \times 400 = 329600 - 392600 : 11 = 29863,63$ litros

Segunda questão

Quer-se reduzir 8437 litros a quartas.

Solução

$8437 \times 11 = 92807 - 92807 : 100 = 928,07$ quartas.

MEDIDAS DE PESO

P. Que relação ha entre o kilogrammo e a libra?

R. Tendo um kilogrammo 2 libras e $\frac{1}{8}$ ou ... libra, a relação do kilogrammo para a

8:17, e vice-versa a relação da libra para o kilogrammo é 17:8, quer isto dizer que 8 kilogrammos equivalem a 17 libras e vice-versa 17 libras a 8 kilogrammos. Pelo que para reduzir kilogrammos a libras basta multiplicar o numero de kilogrammos por 17 e dividir o producto por 8, e vice-versa para reduzir libras a kilogrammos basta multiplicar o numero de libras por 8 e dividir o producto por 17.

EXEMPLOS

Primeira questão

Quer-se reduzir 728 kilogrammos a libras.

Solução

728 × 17 = 12376 — 12376 : 8 = 1547 libras, ou 48 arrobas e 11 libras.

Segunda questão

Quer-se reduzir 5231 libras a kilogrammos.

Solução

5231 × 8 = 41848 — 41848 : 17 = 2461,64 kilogrammos.

rnambuco. Typ. do Correio do Recife.—187

ZTL